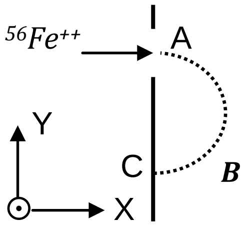
Magnetostática

Ejercicio 1: un haz de isótopos $^{56}_{26}Fe^{++}$ (masa m=8,96 x 10^{-27} kg; carga q=+3,2 ×10^{-19} C) ingresa por el punto A de la figura a una región del espacio donde existe un campo magnético de valor B = 0,1T. La energía de cada elemento del haz es de 10 keV.



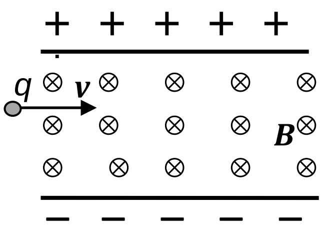
a) justifique cuál es la dirección y el sentido del campo $\boldsymbol{B}$;

b) calcule el valor de la distancia AC. (1 keV= 1,6 × 10^{-16} J).

a) $\vec{\boldsymbol{B}} = B_0\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{z}}$ b) $2R_{CICL} = 2\dfrac{mv}{qB} \sim 0{,}336m$

Ejercicio 2: una partícula de masa m =1,67x10^{-27} kg y carga $\boldsymbol{q}$ =1,6x10^{-19} C se desplaza con una velocidad de 10^6 m/s describiendo una circunferencia en un plano perpendicular a un campo de inducción magnética $\boldsymbol{B}$. El módulo de dicho campo es de 1,75 T. Halle el valor de la frecuencia de giro de la partícula.

$$f = \frac{|q||\vec{B}|}{2\pi m} = 26{,}7\ MHz$$



Ejercicio 3: una carga q > 0 ingresa a la región entre las placas de un capacitor plano. El espacio entre las placas es vacío, y en él existe un campo magnético uniforme $\boldsymbol{B}$, como indica la figura. Discuta cuáles son las tres afirmaciones correctas

	La carga se desviará hacia la placa positiva si $|\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}| > |\boldsymbol{E}|$.
	La carga no se desvía porque está en vacío.
	La carga no se desvía si E=0.
	La carga no se desvía si B=0.
	La carga sigue una trayectoria rectilínea si $|\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{E}|$.
	Si B=0 la carga se acelera hacia la placa positiva.
	Si se invierte el sentido de B la carga se desvía hacia la placa positiva.
	Si se invierte el sentido de B la carga se desvía hacia la placa negativa.
	El signo de q es irrelevante y que se desvíe o no, depende sólo de $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{E}$.

La carga se desviará hacia la placa positiva si $|\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}| > |\boldsymbol{E}|$.

La carga sigue una trayectoria rectilínea si $|\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{E}|$.

Si se invierte el sentido de B la carga se desvía hacia la placa negativa.

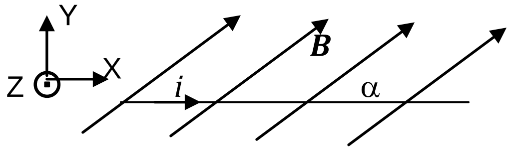
Ejercicio 4: un electrón (masa m =9,1x10^{-31} kg y carga q =–1,6x10^{-19} C) con energía de 2 keV ingresa aun campo magnético uniforme de 0,1T formando un ángulo de 89° con la dirección del campo. La trayectoria del electrón será entonces una hélice alrededor de una línea de campo. Halle los valores característicos de la hélice, esto es, su período, paso y radio.
(1 keV= 1,6 $\times$ 10^{-16} J).

τ=3,57×10–10 seg, *p*= 0,16mm, *r* =1,5mm

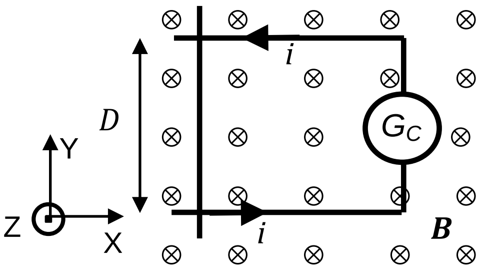
Ejercicio 5: un protón (m_P=1,67×10^{-27}kg, q_P=1,6×10^{-19} C) ingresa a una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme cuyas líneas son perpendiculares a la velocidad del protón. El protón describe una trayectoria circular de período τ=10^{-8} seg.
a) calcule la intensidad del campo B;
b) suponiendo que el protón fue acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 3kV, calcule el radio de la órbita.

a) B=6,56T b) 1,2mm

Ejercicio 6: un alambre de 1m de longitud transporta una corriente de intensidad *i*=10A. El alambre se halla en una región donde existe un campo magnético uniforme B=1,5T, y forma un ángulo α=30° con la dirección del campo. Calcule la fuerza que el campo ejerce sobre el alambre.



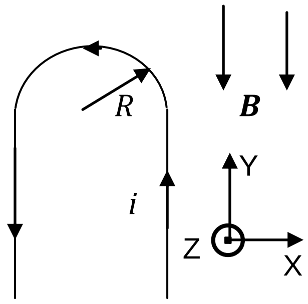
F =7,5N $\mathbf{e}_z$



Ejercicio 7: un alambre metálico de masa m desliza sin fricción sobre dos rieles metálicos separados una distancia D. El sistema está alojado en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme $\boldsymbol{B}$. Entre los rieles se establece una corriente i por medio del generador de corriente G_C que se muestra en la figura. Halle la expresión del vector velocidad del alambre en función del tiempo sabiendo que en t=0 el alambre está en reposo.

$\boldsymbol{v}= iDBt/m\ \boldsymbol{e}_x$

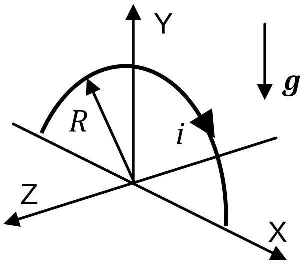
Ejercicio 8: el alambre de la figura, que consiste en dos tramos rectos y semiinfinitos unidos por un tramo en forma de semicircunferencia de radio R, transporta una corriente de intensidad i. Todo el alambre se halla sumergido en un campo magnético uniforme $\boldsymbol{B}= B_0\,(-\boldsymbol{e}_y)$. a) halle la expresión de la fuerza que el campo externo ejerce sobre el alambre;



b) discuta cómo cambian los resultados si el campo B invierte su sentido;
c) discuta cómo cambian los resultados si la corriente i invierte su sentido sin invertir el sentido del campo externo;
d) discuta cómo cambian los resultados si el campo B tuviera la dirección $\boldsymbol{e}_x$.

a) $\boldsymbol{F}=2iB_0R\ \mathbf{e}_z$; b) $\boldsymbol{F}=2iB_0R\ (-\mathbf{e}_z)$; c) $\boldsymbol{F}=2iB_0R\ (-\mathbf{e}_z)$; d) el alambre tendería a rotar alrededor del eje Y.

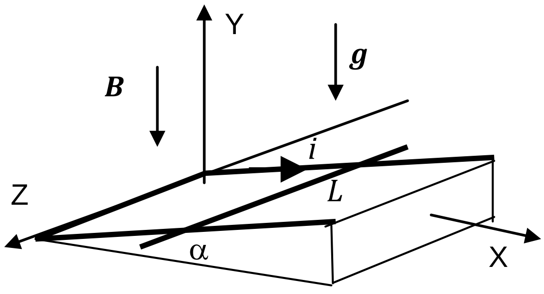
Ejercicio 9: el semianillo metálico de la figura, de radio R y masa m, se halla en el plano XY y transporta una corriente de intensidad i (no se muestran los alambres rectos semiinfinitos sin masa que completan el circuito). La semiespira se halla en equilibrio sujeta a la acción de dos campos externos: el campo gravitatorio y un campo magnético uniforme de intensidad B_0.



a) discuta y justifique cuál debe ser la dirección del campo $\boldsymbol{B}$ para lograr el equilibrio;
b) discuta y justifique cuál debe ser la dirección de los alambres que completan el circuito para no influir en el equilibrio (recuerde que estos alambres no tienen masa);
c) halle la expresión de la intensidad B_0 del campo magnético.

a) en la dirección $-\boldsymbol{e}_z$ para que la fuerza magnética vaya en la dirección $\boldsymbol{e}_y$; b) paralelos al campo magnético; c) $B_0= mg / (2iR)$

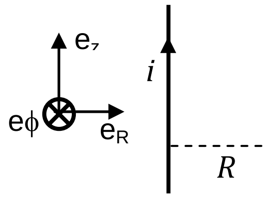
Ejercicio 10: la barra conductora de la figura, de longitud L=40cm de longitud y masa m=30g, desliza libremente sobre hilos metálicos apoyados sobre un plano inclinado α=37° respecto de la horizontal. Además del campo gravitatorio existe un campo magnético uniforme $\boldsymbol{B}$=0,2 T $(-\boldsymbol{e}_y)$. Por los hilos y la barra circula una corriente de intensidad i.



a) calcule el valor de la intensidad de corriente de modo tal que la barra permanezca en equilibrio;
b) si la corriente fuera de 2A, calcule la aceleración de la barra a lo largo del plano inclinado.

a) 2,82 A; b) 1,75m/seg^2

Ejercicio 11: calcule el campo magnético generado a una distancia R por un alambre recto infinito circulado por una corriente eléctrica de intensidad i. Discuta cómo cambia el resultado si se invirtiera el sentido de la corriente.



$\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R}\,\hat{e}_\phi$ Si se invierte el sentido de i el campo tiene sentido opuesto.

Ejercicio 12: por dos alambres infinitos paralelos, separados una distancia D=0,6m, circulan corrientes i_1=0,2A e i_2=0,3A, respectivamente. Calcule la fuerza que por unidad de longitud la corriente superior ejerce sobre la corriente inferior si:

a) las corrientes son paralelas;

b) las corrientes son antiparalelas. ($\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ N/A^2)

En ambos casos es F= 2×10^{-8} N/m, atractiva en (a) y repulsiva en (b)

Ejercicio 13: dos alambres paralelos infinitos, separados una distancia d, están circulados por corrientes i_1 e i_2, respectivamente. El campo magnético generado por estos alambres se anula a una distancia $d/3$ del que transporta la corriente i_1 en la región externa a los dos alambres.

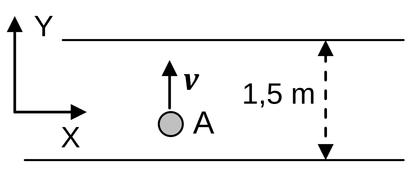
a) halle la relación entre los valores de las corrientes y su sentido de circulación;

b) halle la expresión de la intensidad del campo magnético generado en el punto medio entre los alambres;

c) discuta cuáles son las componentes que tendrá el campo magnético generado por los alambres en el punto medio entre ellos, a una altura z del plano que los contiene.

a) $i_2= 4i_1$, antiparalelas; b) $\mathrm{B} = \frac{\mu_0}{\pi d}\,(i_1 + i_2)$

c) en ambas direcciones perpendiculares a la dirección de los alambres



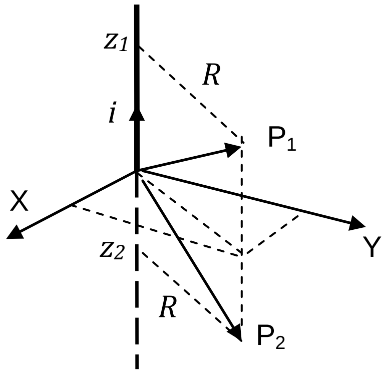
Ejercicio 14: una carga q=2 μC se mueve con velocidad $\boldsymbol{v}$ = 0,05 m/seg $\mathbf{e}_Y$ desde el alambre inferior de la figura al superior. Los dos alambres tienen longitud L>>1,5m. Cuando la carga pasa por el punto A, situado a 0,6 m del alambre inferior, se encienden las corrientes i_{INF}=2mA i_{SUP}=3mA, ambas en la dirección $\mathbf{e}_X$.

a) calcule la fuerza $\boldsymbol{F}$ sobre la carga en el punto A;

b) halle la expresión del campo magnético sobre el plano que contiene a los alambres, en la región 0< y < L=1,5m;

c) el tiempo que le lleva a la carga desplazarse hasta un punto B, situado a 0,7m del alambre inferior.

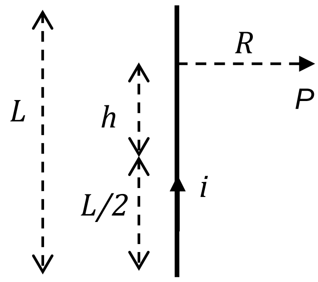
a) F=0; b) $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{2}{y} - \frac{3}{L-y}\right)\hat{e}_z$ c) t=2 seg



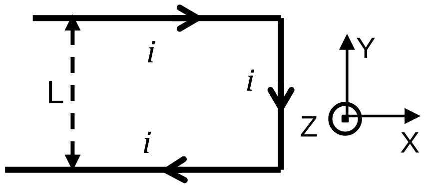
***Ejercicio 15*:** la figura muestra un alambre recto semiinfinito circulado por una corriente de intensidad i. Por comodidad se ha hecho coincidir al cable con el semieje positivo Z. Calcule el campo magnético generado por este alambre en puntos a una distancia R enfrentados al semieje que contiene al cable (por ejemplo, el punto P_1 de la figura) y puntos a una distancia R enfrentados al semieje que no contiene corrientes (como el punto P_2 de la figura).

$$\vec{B}(R) = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left(1 + \frac{sg\,(z_0)}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{{z_0}^2}}}\right)\hat{e}_\phi$$

Ejercicio 16: la figura muestra un segmento rectilíneo de alambre, de longitud L, que conduce una corriente de intensidad i (no se muestran los alambres que completan el circuito y que a los efectos de este cálculo pueden ser ignorados). Calcule el campo magnético que la corriente genera en un punto *P* ubicado a una distancia R del alambre, y a una distancia $h>L/2$ del centro del mismo.



$$\vec{B} = \frac{\mu_0\, i}{4\pi R}\left[\frac{h + (\frac{L}{2})}{\left(R^2 + \left(h + \frac{L}{2}\right)^2\right)^{1/2}} - \frac{h - (\frac{L}{2})}{\left(R^2 + \left(h - \frac{L}{2}\right)^2\right)^{1/2}}\right]\hat{e}_\phi$$



Ejercicio 17: por el alambre de la figura, en forma de U abierta, cuyo lado vertical mide L, circula una corriente i. Las ramas horizontales son rectas. En tal caso halle la expresión

a) de la fuerza que por unidad de longitud el alambre horizontal superior ejerce sobre el horizontal inferior (NO considere el alambre vertical);

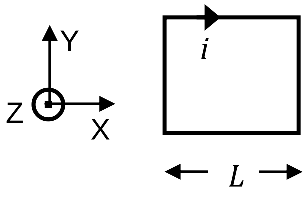
b) del valor del campo magnético generado por la corriente i en un punto P situado a una distancia D a la izquierda del alambre vertical y a una altura L/2 del alambre inferior (en el plano del cuadro).

a) sugerencia: utilice la expresión del ejercicio 15, con *sg* (z_0) =1. Tome luego el límite para $z_0 \to \infty$ y verifique que resulta

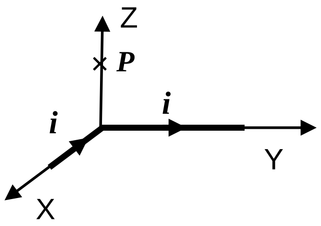
$$\frac{\vec{F}}{\ell} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi\, L}\,(-\hat{e}_y)$$

b) $$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{\pi}\left[\frac{2}{L}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{L^2}{4D^2}}}\right) + \frac{L}{4D\sqrt{\frac{L^2}{4} + D^2}}\right](-\hat{e}_z)$$

Ejercicio 18: calcule el campo magnético generado en su centro por una espira cuadrada de lado L circulada por una corriente eléctrica de intensidad i.



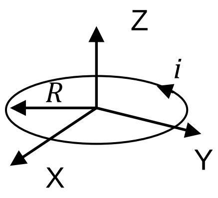
$$\vec{B} = 2\sqrt{2}\,\frac{\mu_0 i}{\pi L}\,(-\hat{e}_z)$$



Ejercicio 19: La figura muestra un sector de un conductor recto y de gran longitud, por el que circula una corriente continua y estacionaria de intensidad i = 8 A, y que está doblado en ángulo recto. Halle el vector inducción magnética en el punto $\boldsymbol{P}$ de coordenadas (0; 0; 0,5 m) generado por la corriente *i.*

B=μ_0 i /4πR (***e***x+***e***y)

Ejercicio 20: a) halle la expresión general del campo magnético generado por un anillo de radio R, circulado por una corriente de intensidad i, en cada punto de su eje de revolución (eje Z en la figura);
b) a partir de (a), calcule el campo generado por la media espira derecha a lo largo del eje Z;
c) escriba ahora la expresión que permite calcular el campo generado por un anillo de abertura arbitraria a lo largo del eje de revolución de la espira completa.



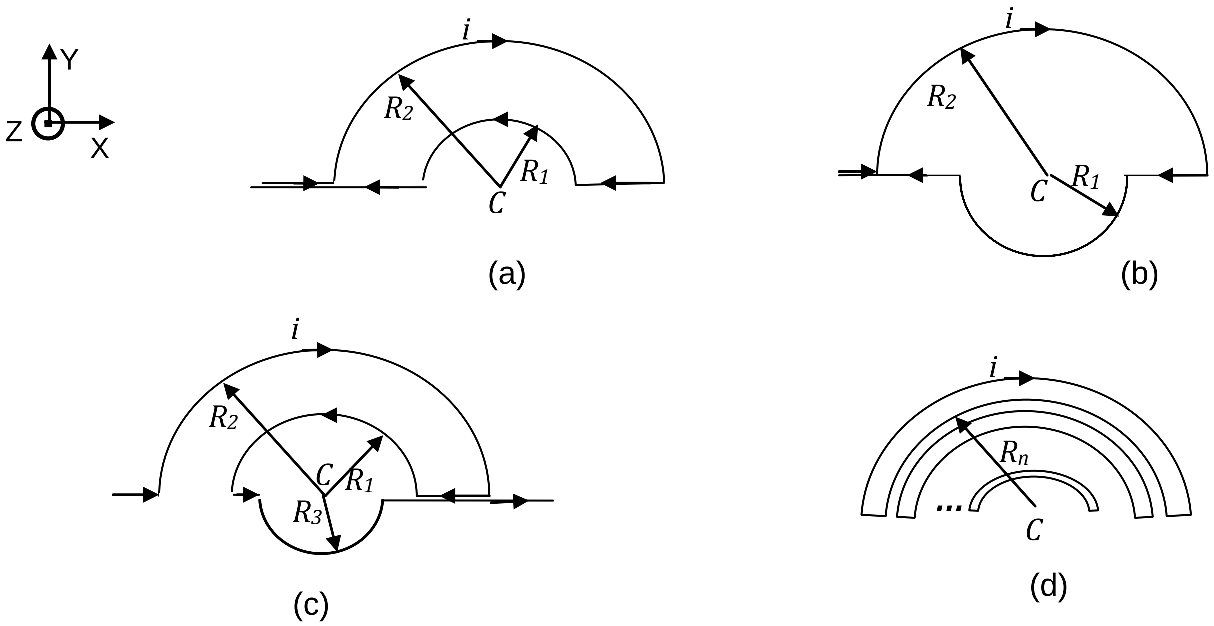
a) $$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0\, i}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{(R\, z\cos\phi';\ R\, z\, sen\,\phi'; R^2)}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\phi'\,\hat{e}_z = \frac{\mu_0\, i}{2}\,\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\;\hat{e}_z$$

b) $$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0\, i}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{(R\, z\cos\phi';\ R\, z\, sen\,\phi'; R^2)}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\phi'\,\hat{e}_z = \frac{\mu_0\, i}{4(R^2+z^2)^{3/2}}\left(2\, R\, z\,\hat{e}_y + \pi R^2\hat{e}_z\right)$$

c) $$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0\, i}{4\pi}\int_{\phi 1}^{\phi 2}\frac{(R\, z\cos\phi';\ R\, z\, sen\,\phi'; R^2)}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\phi'\,\hat{e}_z$$

Ejercicio 21: halle la expresión del vector $\boldsymbol{B}$ en el centro C de las siguientes configuraciones de semiespiras (recuerde que un segmento recto de alambre circulado por una corriente i genera campo nulo en su prolongación). La configuración (d) es una sucesión infinita de semiespiras concéntricas, de radios $R_n = r_a/(2n)$ $(n \geq 1)$. La corriente que circula por cada espira decrece (por efecto de la resistencia) como $i_n = i_0 / n^2$. En cada caso discuta qué sucede si se invierte el sentido de la corriente

(tenga en cuenta que $\sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n} = -\ln 2$)



a) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)(\hat{e}_z)$

b) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)(-\hat{e}_z)$

c) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)(\hat{e}_z)$

d) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2r_a}\ln 2\ (-\hat{e}_z)$

Ejercicio 22: suponga que al anillo del ejercicio 19 está construido con un alambre muy fino y aislado (por ejemplo con un barniz) y se le superpone otro anillo idéntico. Se hace circular la misma corriente por las dos espiras.

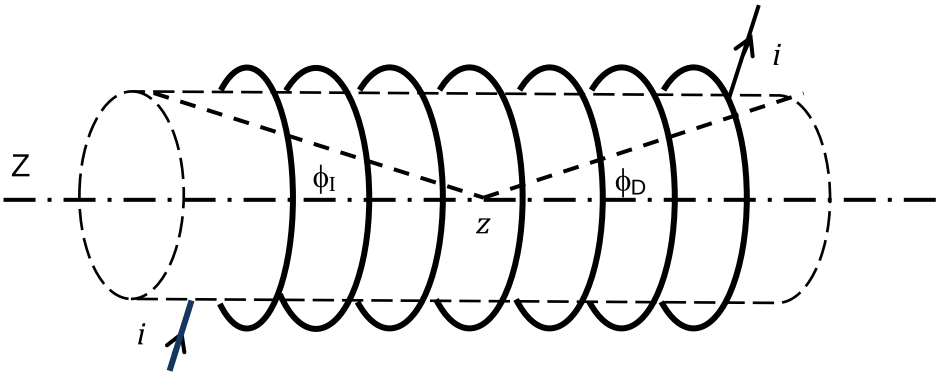
a) discuta cómo se modifican los resultados del ejercicio 20(a);

b) en función del resultado anterior ¿es válido postular que al superponerse N espiras, el campo en el eje de revolución común es N veces el de una espira, cualquiera sea N?

a) el campo B se duplica;

b) NO, es una buena aproximación si el punto z donde se calcula el campo está muy alejado del paquete de espiras, o sea, si *z>>Nd* (*d* es el diámetro del cable de cada espira)

Ejercicio 23: en términos de la respuesta al ejercicio anterior, cuando se tiene un conjunto extendido de espiras de radio r_a, lo más razonable parece ser dividir la longitud total del arreglo en elementos diferenciales de longitud que contengan dn espiras cada uno (n es la densidad de espiras, $n=N/L$, con N número total de espiras y L la longitud del arreglo). Demuestre que la integración de estos elementos resulta en la expresión del campo magnético en el interior de un *solenoide* como el de la figura en la forma



$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0\, n\, i}{2}\left(\frac{z}{(r_a^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{L-z}{(r_a^2 + (L-z)^2)^{1/2}}\right)\ \hat{e}_z$$

o, equivalentemente

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0\, n\, i}{2}(\cos\phi_\mathrm{I} + \cos\phi_\mathrm{D})\ \hat{e}_z$$

(Observe que este resultado es válido para puntos dentro o fuera del solenoide, pero siempre sobre su eje de simetría axial).

Ejercicio 24: a partir del ejercicio anterior, calcule el campo magnético en cada punto del eje de simetría de un solenoide infinito y de un toroide. Discuta cuál es la condición para que un solenoide pueda ser considerado infinito y cuál es la condición para que la expresión valga para un toroide.

$\vec{B}_{sol} = \mu_0 n\, i\, \hat{e}_z \quad (válido\ si\ L \gg r_{espira})$ $\qquad$ $\vec{B}_{tor} = \mu_0 n\, i\, \hat{e}_\phi \quad (válido\ si\ R_{tor} \gg r_{espira})$

Ejercicio 25: calcule el campo magnético en un punto sobre el eje, y a 8 cm de uno de los extremos, de un solenoide de 14 cm de longitud, 420 vueltas y espiras de 6 cm de radio cada una, circulado por una corriente de 200 mA. Compare los resultados que se obtienen con la expresión exacta (ejercicio 24) y la aproximada (ejercicio 25).

B_{EXACTO}= 5,49×10^{-4} T $\qquad$ B_{APROX}=7,53×10^{-4} T

Ejercicio 26: repita el cálculo del ejercicio anterior suponiendo ahora que el radio de las espiras es de 0,6 cm. Discuta por qué ahora los resultados son similares.

B_{EXACTO}= 7,5×10^{-4} T B_{APROX}=7,53×10^{-4} T

Ejercicio 27: indique cuáles son las dos proposiciones correctas del siguiente conjunto de

	el CM generado por dos corrientes antiparalelas se anula en algún punto entre los alambres
	el campo magnético generado por una carga acelerada es proporcional a su aceleración.
	la energía cinética de un cuerpo de carga Q y masa m que se mueve a lo largo del eje de simetría axial de un anillo circulado por una corriente i es invariante.
	una carga eléctrica siempre se acelera en presencia de un campo magnético.
	el CM de un solenoide es homogéneo y constante en todo punto de su interior.
	el teorema de Ampere sólo es válido para configuraciones de corriente de muy alta simetría.
	Dos corrientes por alambres rectos infinitos paralelos se atraen si circulan en sentido opuesto.
	una corriente estacionaria genera un campo magnético estacionario y no necesariamente uniforme.

enunciados

La energía cinética de un cuerpo de carga Q y masa m que se mueve a lo largo del eje de simetría axial de un anillo circulado por una corriente i es invariante.
Una corriente estacionaria genera un campo magnético estacionario y no necesariamente uniforme.