

INTRODUCCION A LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL

MÓDULO 6- CÁLCULO DE PREDICADOS Y LÓGICA DE PRIMER ORDEN

Referencias: Inteligencia Artificial – Russell and Norvig Cap.6.
Artificial Intellingence Nils Nilsson Ch.4

6.1 FORMULAS BIEN FORMADAS

Un lenguaje como el cálculo de predicados está definido por una sintaxis un alfabeto de símbolos, que ordenados adecuadamente da origen a expresiones válidas llamadas formulas bien formadas (wff).

Los componentes del cálculo de predicados son símbolos de: predicados, constantes, paréntesis, corchetes, comas, las constantes lógicas Verdadero y Falso, los 5 conectores lógicos: negación (\neg), y lógica (\wedge), o lógica (\vee), implicación (\Rightarrow), y doble implicación (\Leftrightarrow)

Estos componentes siguiendo reglas de la gramática como por ejemplo, la de Backus-Naur, BNF (Backus-Naur Form), constituyen oraciones (Proposiciones) o wff.

Oración > Oración Atómica | Oración Compleja

Oración Atómica > Verdadero / Falso
| P | Q | R | ...

Oración Compleja > (Oración)
| Oración Conector Oración
 \neg Oración

Conector > \wedge | \vee | \Rightarrow | \Leftrightarrow |

Fig. 6.1 Gramática BNF de oraciones de lógica proposicional

Los componentes del cálculo de predicados son símbolos de: predicados, variables, constantes, paréntesis, corchetes y comas y las constantes Lógicas Verdadero, Falso.

Predicados: Representan hechos en el dominio del discurso. Si se les da un significado (Semántica) los predicados devuelven un valor de verdad (verdadero o falso), se representan por letras mayúsculas

Constantes: (sustantivos), representan objetos del dominio, se simbolizan por letras mayúsculas se diferencian de los predicados por el contexto.

Los paréntesis, comas y corchetes son separadores, para mejorar la legibilidad (y el cómputo)

Las fórmulas mínimas se llaman formulas atómicas, representan hechos en el dominio del discurso, y representan el conocimiento que se tiene del mundo, o la base de conocimientos (BC). por ej.

ESCRIBIR (HERNÁNDEZ, MARTIN FIERRO)

CASADOS(JUAN, MARÍA)

6.2 REGLAS DE INFERENCIA

La asignación de un significado en el dominio real corresponde a la semántica de las wffs, y si corresponde a un hecho verdadero le asignamos un valor de verdad Verdadero (T) si no se corresponde con la realidad es Falso (F).

Existen conectores que pueden extender la expresividad de las wffs tales como implicación o sigue lógicamente de (\Rightarrow), Y lógica (\wedge), O lógica (\vee), negación (\sim).

La Y y la O tienen el significado normal de la conjunción y la disyunción y sus valores de verdad son los usuales. La implicación conecta dos wffs, un antecedente y un consecuente, si el antecedente es falso la implicación es verdadera independientemente del valor de verdad del consecuente, si ambos son verdaderos la implicación es verdadera.

$F1 \Rightarrow F2$ es equivalente a $\sim F1 \vee F2$

Se puede esquematizar todas las combinaciones de valores de verdad de las oración atómicas que componen una oración compleja y establecer su valor de verdad (Tablas de Verdad).

Las oraciones que tienen tablas de verdad idénticas, se dice que son equivalentes independientemente del significado que se les asigne. En la tabla 6.2 se enumeran equivalencias comunes

Doble Negación	
$\sim(\sim X1)$	equivale a $X1$
Implicación	
$X1 \Rightarrow X2$	equivale a $\sim X1 \vee X2$
Leyes de De Morgan	
$\sim(X1 \wedge X2)$	equivale a $\sim X1 \vee \sim X2$
$\sim(X1 \vee X2)$	equivale a $\sim X1 \wedge \sim X2$
Leyes distributivas	
$X1 \wedge (X2 \vee X3)$	equivale a $(X1 \wedge X2) \vee (X1 \wedge X3)$
$X1 \vee (X2 \wedge X3)$	equivale a $(X1 \vee X2) \wedge (X1 \vee X3)$
Leyes conmutativas	
$X1 \vee X2$	equivale a $X2 \vee X1$
$X1 \wedge X2$	equivale a $X2 \wedge X1$
Leyes asociativas	
$(X1 \wedge X2) \wedge X3$	equivale a $X1 \wedge (X2 \wedge X3)$
$(X1 \vee X2) \vee X3$	equivale a $X1 \vee (X2 \vee X3)$
Ley contrapositiva	
$X1 \Rightarrow X2$	equivale a $\sim X2 \Rightarrow \sim X1$

Tabla 6.2 Equivalencias comunes

Por medio de las reglas de inferencia es posible demostrar el valor de verdad de ciertos hechos a partir de la base de conocimiento (BC), se dice que estos siguen lógicamente de la BC, pueden ser agregados a la base de conocimientos o no. En la fig 6.3 se enumeran las reglas más comunes.

Modus Ponens, o Implicación

$a \supset b, a$

—————
 b

$\neg a \supset b, a$

—————
 b

Y Eliminación

$a_1 \supset a_2 \dots \supset a_n$

—————
 a_i

Y Introducción

a_1, a_2, \dots, a_n

—————
 $a_1 \supset a_2 \dots \supset a_n$

O- Introducción

a_i

—————
 $a_1 \supset a_2 \dots \supset a_n$

Doble Negación

$\neg\neg a$

—————
 a

Resolución Unitaria

$a \supset b, \neg b$

—————
 a

Resolución

$a \supset b, \neg b \supset g$

—————
 $a \supset g$

$\neg a \supset b, b \supset g$

—————
 $\neg a \supset g$

Fig 6.3 Reglas de Inferencia de la lógica Proposicional

Si no se usan variables, el cálculo de predicados se llama cálculo de Proposiciones.

6.3 CUANTIFICADORES

Cuantificador Universal (\forall) y cuantificador Existencial (\exists)

- a) $(\forall x) [ELEFANTE(x) \Rightarrow COLOR(x, GRIS)]$
- b) $(\exists x) [MAMIFERO(x) \Rightarrow VUELA(x)]$

El alcance del cuantificador es sobre la variable en este caso x , se dice que la variable está ligada o limitada, en el caso de que no esté cuantificada la variable es libre. El cálculo de predicados de **primer orden** trata sobre variables ligadas, o cuantificadas pero no permite la cuantificación de funciones o predicados. Las formulas $(\forall MAMIFERO) MAMIFERO(FIDO)$ o $(\exists COLOR) COLOR(x, GRIS)$ no se permiten en la lógica de 1º orden

En la tabla 6.4 se expresan algunas equivalencias entre oraciones que contienen variables cuantificadas

$\neg(\exists x) P(x)$ (no existe x tal que $P(x)$ es V	equivale a	$(\forall x) \neg P(x)$ equivale a Para todo x $P(x)$ es F)
$\neg(\forall x) P(x)$ (Para no todo x $P(x)$ es V	equivale a	$(\exists x) \neg P(x)$ Existe x para el cual $P(x)$ es F)
$(\forall x) (P(x) \dot{\cup} Q(x))$	equivale a	$(\forall x) P(x) \dot{\cup} (\forall x) Q(x)$
$(\exists x) (P(x) \dot{\cup} Q(x))$	equivale a	$(\exists x) P(x) \dot{\cup} (\exists x) Q(x)$
$(\forall x) P(x)$	equivale a	$(\forall y) P(y)$
$(\exists x) P(x)$	equivale a	$(\exists y) P(y)$
Las variables cuantificadas pueden ser reemplazadas por cualquier símbolo que no haya sido usado		
Fig 6.4 Equivalencias entre variables cuantificadas		

Se puede observar que un solo cuantificador es suficiente para ligar las variables, pero del mismo modo que con una sola función lógica como and o or mas la negación es suficiente para expresar cualquier función, en lógica de primer orden se permiten todas las funciones y los cuantificadores, para obtener mayor expresividad del lenguaje.

Ejemplos de expresividad de la lógica de primer orden

Un programa es inteligente si realiza una tarea que realizada por una persona requeriría inteligencia

$$(\exists y), (\forall x), (\forall z) \quad [\text{Realiza-Tarea}(y,x) \wedge \text{Realiza-Tarea}(y,z) \wedge \text{Persona}(x) \wedge \text{Programa}(z) \wedge \text{Requiere-de}(\text{Inteligencia}, x) \Rightarrow \text{Inteligente}(z)]$$

6.4 VALIDEZ DE LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN

Se dice que una fórmula bien formada es **válida** si es Verdadera para todas las posibles interpretaciones (si solo usa constantes, se llama tautología)

En las formulas que tienen variables cuantificadas, no siempre se puede computar si una wwf es válida, Se ha demostrado que es imposible encontrar un método general para decidir la validez de expresiones cuantificadas. Por esa razón se dice que el calculo de predicados es indecidible. Pero hay subclases en que si es posible. Pero si una wwf es en realidad válida se puede encontrar siempre, un procedimiento que verifique la validez (aunque este procedimiento puede no terminar nunca) Por eso se dice que el calculo de predicados es semidecidible