

Control de Robots tipo Car-Like con Saturación del Ángulo de Giro

Juan Marcos Toibero, Flavio Roberti, Daniel Herrera, Santiago Tosetti y Ricardo Carelli
 Instituto de Automática (INAUT) – Facultad de Ingeniería
 Universidad Nacional de San Juan, Argentina
 {mtoibero, froberti, dherrera, stosetti, rcarelli}@inaut.unsj.edu.ar

Resumen- Este trabajo presenta el diseño novedoso de un controlador para el seguimiento de caminos de un robot tipo car-like que incorpora la saturación del ángulo de giro. Se incluye el correspondiente análisis de estabilidad del controlador y su verificación en simulación para distintas condiciones. Adicionalmente se reporta el diseño de una variante del controlador que contempla velocidades de deslizamiento en el movimiento del robot, verificando su desempeño mediante simulaciones y dando las condiciones de medición de dichas velocidades para su implementación.

I. INTRODUCCIÓN

El control de seguimiento de caminos en vehículos terrestres es una de las aplicaciones más frecuentemente empleadas y por lo tanto de las tareas más extensamente desarrolladas y reportadas en la bibliografía especializada [1-7].

El contexto de aplicación de este trabajo se encuentra en ambientes exteriores, propios de tareas agrícolas, donde se emplean robots autónomos que en su mayoría son del tipo car-like.

Si bien el seguimiento de caminos es un tema muy reportado, en el caso de los robots tipo car-like existe una limitación física en el comando de la dirección que debe tenerse en cuenta en el diseño de los diversos controladores. Actualmente se ha reportado un trabajo sobre el tema que incluso incorpora resultados experimentales en un vehículo real que incluye velocidades de deslizamiento [1]. Dicho controlador sin embargo es muy difícil de implementar y que entre otros datos requiere la derivada del radio de giro del camino a recorrer.

En este trabajo se presenta el diseño de un controlador que aprovechando el espacio nulo del Jacobiano entre la derivada de un funcional de peso y las aceleraciones del robot, no sólo permite seguir el camino en forma asintótica, sino que también incorpora en dicho funcional la saturación del ángulo de giro, que se presenta para el conocimiento de los autores como una solución novedosa. Se acompañan los resultados teóricos con simulaciones y experimentos realizados sobre una plataforma móvil tipo car-like.

Adicionalmente, en la parte final del trabajo se presenta la modificación del controlador para incluir la presencia de velocidades de deslizamiento en el transcurso de la tarea. Esta es una situación frecuente en ambientes externos caracterizados por los desniveles, la presencia de terreno blando o húmedo

que ciertamente complica el seguimiento de caminos de parte de estos vehículos.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: una sección dedicada a la explicación del controlador sin deslizamientos, con su prueba de estabilidad y resultados de simulación. Luego se incorporan los deslizamientos, se recalcula el controlador y se presentan resultados de simulación. Finalmente, se discuten resultados y trabajos futuros junto con las conclusiones.

II. CONTROLADOR

El modelo cinemático simplificado de un robot car-like con punto de interés $h_R = (x_R, y_R)$ a una distancia a del eje que une las ruedas traseras como el que se muestra en la Fig. 1, está representado por las ecuaciones (1).

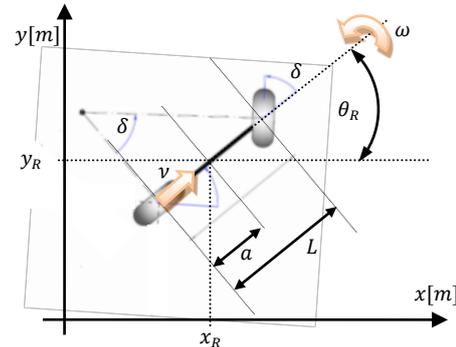


Fig.1. Modelo cinemático simplificado de un robot tipo car-like

$$\begin{aligned} \dot{x}_R &= v \cos(\theta_R) - a\omega \sin(\theta_R) \\ \dot{y}_R &= v \sin(\theta_R) + a\omega \cos(\theta_R) \\ \dot{\theta}_R &= \omega = \frac{v}{L} \tan(\delta) \end{aligned} \quad (1)$$

De donde se puede despejar el ángulo de giro δ

$$\delta = \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{v}\right) \quad (2)$$

Si ahora se derivan con respecto al tiempo las dos primeras ecuaciones

$$\begin{aligned}\ddot{x}_R &= \dot{v} \cos(\theta_R) - v \sin(\theta_R) \dot{\omega} - a \omega \cos(\theta_R) \dot{\omega} - a \sin(\theta_R) \dot{\omega} \\ \ddot{y}_R &= \dot{v} \sin(\theta_R) + v \cos(\theta_R) \dot{\omega} - a \omega \sin(\theta_R) \dot{\omega} + a \cos(\theta_R) \dot{\omega}\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_R \\ \ddot{y}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & -a \sin(\theta_R) \\ \sin(\theta_R) & a \cos(\theta_R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v \omega \sin(\theta_R) - a \omega^2 \cos(\theta_R) \\ +v \omega \cos(\theta_R) - a \omega^2 \sin(\theta_R) \end{bmatrix}$$

$$\ddot{h} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & -a \sin(\theta_R) \\ \sin(\theta_R) & a \cos(\theta_R) \end{bmatrix} \ddot{u} + \begin{bmatrix} -v \sin(\theta_R) - a \omega \cos(\theta_R) \\ +v \cos(\theta_R) - a \omega \sin(\theta_R) \end{bmatrix} \omega$$

$$\ddot{h} = D \ddot{u} + d \quad (3)$$

se obtiene una relación a partir de la cual se puede diseñar un controlador de seguimiento de caminos empleando linealización por realimentación cuyo objetivo de control sea probar que tanto el error de seguimiento sobre un camino dado \tilde{x} a una velocidad deseada v_d , como el error de orientación entre el robot y la trayectoria $\tilde{\theta}$ tienden asintóticamente a cero

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{\tilde{h}\} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \{\theta_d - \theta_R\} = 0 \quad (4)$$

siendo en (4):

$$\tilde{h} = h_d - h$$

$h = (x_R, y_R)$, y $h_d = (x_d, y_d)$ es el punto sobre el camino más cercano al robot con orientación θ_d . Luego puede obtenerse su derivada temporal

$$\dot{\tilde{h}} = \dot{h}_d - \dot{x}$$

pero en este caso \dot{h}_d es la velocidad deseada sobre la trayectoria, es decir

$$\begin{aligned}\dot{x}_d &= v_d \cos(\theta_d) \\ \dot{y}_d &= v_d \sin(\theta_d)\end{aligned}$$

($v_d > 0$ es la velocidad deseada sobre el camino) y donde, finalmente, también puede computarse a \dot{x}_d como la variación de \dot{x}_d por simple discretización.

Ahora bien, se probará que la acción de control (5) satisface el objetivo de control (4)

$$\dot{u}_0 = D^{-1}(\gamma - d) \quad (5)$$

con

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & \sin(\theta_R) \\ -\frac{\sin(\theta_R)}{a} & \frac{\cos(\theta_R)}{a} \end{bmatrix}$$

y

$$\gamma = \ddot{h}_d + k_1 \dot{\tilde{h}} + k_2 \tilde{h}$$

Para probarlo, se reemplaza la expresión para \dot{u}_0 (5) en el modelo (3)

$$\ddot{h} = D \dot{u}_0 + d$$

$$\ddot{h} = D[D^{-1}(\gamma - d)] + d$$

$$\ddot{h} = \gamma = \ddot{h}_d + k_1 \dot{\tilde{h}} + k_2 \tilde{h}$$

de tal manera que

$$\ddot{\tilde{h}} + k_1 \dot{\tilde{h}} + k_2 \tilde{h} = 0$$

y probando en consecuencia que los errores de seguimiento tienden asintóticamente a cero $\forall k_1 > 0, \forall k_2 > 0$.

□

Para incorporar la saturación del ángulo de la dirección, se propone una función del tipo exponencial

$$V = V_1 + V_2 = e^{-\frac{(\delta - \delta_M)^2}{k^2}} + e^{-\frac{(\delta + \delta_M)^2}{k^2}} \quad (6)$$

siendo δ_M el valor máximo permitido para el ángulo de giro del robot tal como puede apreciarse en la Fig. 2, penalizando de este modo el acercamiento a dichos valores extremos. Se calcula luego su derivada temporal

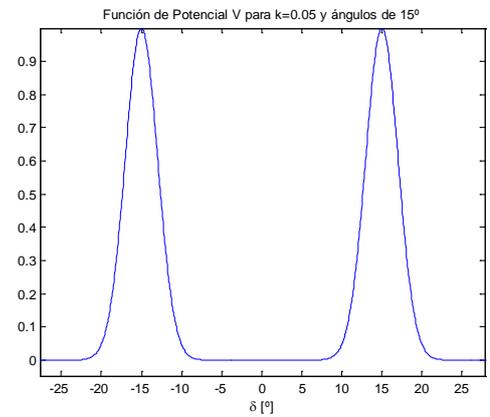


Fig. 2. Función V para $k = 0.05$

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dt} = \frac{\partial V}{\partial \delta} \left(\frac{\partial \delta}{\partial v} \frac{dv}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} \right) = \frac{\partial V}{\partial \delta} \left(\frac{\partial \delta}{\partial v} \dot{v} + \frac{\partial V}{\partial \omega} \dot{\omega} \right)$$

$$\dot{V} = V_1 \left(-\frac{2(\delta - \delta_M)}{k^2} \right) \frac{\partial \delta}{\partial v} \dot{v} + V_2 \left(-\frac{2(\delta + \delta_M)}{k^2} \right) \frac{\partial V}{\partial \omega} \dot{\omega}$$

$$\dot{V} = \frac{2L}{k^2(v^2 + L^2\omega^2)} [\omega(\delta - \delta_M)V_1 - v(\delta + \delta_M)V_2] \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}$$

$$\dot{V} = J_v \dot{u} \quad (7)$$

La cuál nos permite obtener el valor del Jacobiano que relaciona dichas magnitudes

$$J_v = \frac{2L}{k^2} \frac{(\delta - \delta_M)V_1 + (\delta + \delta_M)V_2}{(v^2 + L^2\omega^2)} [\omega \quad -v] \quad (8)$$

Para simplificar la notación introducimos el factor

$$\gamma_J = \frac{2L}{k^2} \frac{(\delta - \delta_M)V_1 + (\delta + \delta_M)V_2}{(v^2 + L^2\omega^2)} \quad (9)$$

$$J_v = \gamma_J [\omega \quad -v] \quad (10)$$

cuya pseudo-inversa J_v^+ se calcula de la siguiente manera:

$$J_v^+ = J_v^T (J_v J_v^T)^{-1} \quad (11)$$

De esta forma

$$J_v J_v^T = \left\{ \frac{2L[(\delta - \delta_M)V_1 + (\delta + \delta_M)V_2]}{k^2(v^2 + L^2\omega^2)} \right\}^2 [v^2 + \omega^2] \quad (12)$$

$$J_v J_v^T = \gamma_v^2 [v^2 + \omega^2] \quad (12)$$

cuya inversa es el escalar

$$(J_v J_v^T)^{-1} = \frac{1}{\gamma_v^2 [v^2 + \omega^2]} \quad (13)$$

Finalmente se multiplica por J_v^T :

$$J_v^T (J_v J_v^T)^{-1} = J_v^+ \quad (14)$$

$$J_v^+ = \frac{1}{\gamma_v (v^2 + \omega^2)} \begin{bmatrix} \omega \\ -v \end{bmatrix}$$

Nota. Se puede verificar el cálculo de la pseudoinversa del Jacobiano haciendo el producto:

$$J_v J_v^+ = \frac{1}{[v^2 + \omega^2]} \begin{bmatrix} \omega & -v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ -v \end{bmatrix} = \frac{[v^2 + \omega^2]}{[v^2 + \omega^2]} = 1$$

□

De esta manera se puede diseñar ahora un segundo controlador para tener en cuenta la saturación del ángulo de giro empleando la pseudoinversa del Jacobiano J_v^+ e imponiendo como valor deseado para el funcional $V_d = 0$ en $\tilde{V} = V_d - V$:

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = J_v^+ (k_v \tilde{V}) \quad (15)$$

El cual, al ser reemplazado en (7) queda

$$\dot{V} = J_v J_v^+ (k_v \tilde{V})$$

$$\dot{V} = k_v \tilde{V} = k_v (V_d - V) = -k_v V$$

$$\dot{V} + k_v V = 0$$

Esta expresión garantiza que para $k_v > 0 \Rightarrow V \rightarrow 0$. O, lo que es lo mismo que el funcional operará en la zona sin saturación. Ahora bien para combinar ambos efectos, el evitado de saturación (15) junto al seguimiento de camino (5) se propone la siguiente ley de control

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = J_v^+ k_v \tilde{V} + (I_{2 \times 2} - J_v^+ J_v) \dot{u}_0 \quad (16)$$

siendo el término

$$(I_{2 \times 2} - J_v^+ J_v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{(v^2 + \omega^2)} \begin{bmatrix} \omega^2 & -v\omega \\ -v\omega & v^2 \end{bmatrix}$$

Reemplazando la acción de control completa para el control de saturación (15) en (7)

$$\dot{V} = J_v \dot{u} = J_v (J_v^+ k_v \tilde{V} + (I_{2 \times 2} - J_v^+ J_v) \dot{u}_0)$$

$$\dot{V} = k_v \tilde{V} + J_v \dot{u}_0 - J_v \dot{u}_0 = k_v \tilde{V} < 0$$

Vemos que la ley de control para el seguimiento de caminos (5) no influye en el control de saturación. Análogamente, se plantea el reemplazo de la ley de control completa (15) en el controlador para seguimiento de caminos (3)

$$\dot{h} = D\dot{u} + d$$

$$\dot{h} = D(J_v^+ k_v \tilde{V} + (I_{2 \times 2} - J_v^+ J_v) \dot{u}_0) + d$$

En este punto, debemos asumir que no hay saturación del ángulo de giro o que $V \approx 0$, y por lo tanto $J_v \approx 0$

$$\dot{h} = D(I_{2 \times 2} \dot{u}_0 - J_v^+ J_v \dot{u}_0) + d$$

$$\dot{h} = D\dot{u}_0 + d - D J_v^+ J_v \dot{u}_0$$

$$\dot{h} = D\dot{u}_0 + d$$

De esta manera se prueba que se logra el objetivo de seguimiento de caminos.

A. Resultados de simulación

Para verificar el comportamiento del controlador, se diseñó una tarea de seguimiento de camino en una plantación. Las acciones de control a ser aplicadas en el robot se obtienen a partir de (15) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} v_k \\ \omega_k \end{bmatrix} = T_s \begin{bmatrix} \dot{v}_k \\ \dot{\omega}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{k-1} \\ \omega_{k-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde $T_s = 0.1s$ es el período de muestreo y el subíndice denota el instante temporal de las variables.

A los efectos de reflejar de mejor manera el comportamiento del controlador se incluyó en las simulaciones un modelo dinámico simple de segundo orden para el ángulo de giro, el cuál fue relevado de un cuatriciclo autónomo. La trayectoria deseada se diseñó basándose en las trayectorias típicas de seguimiento de cultivos de olivos (Fig.3)

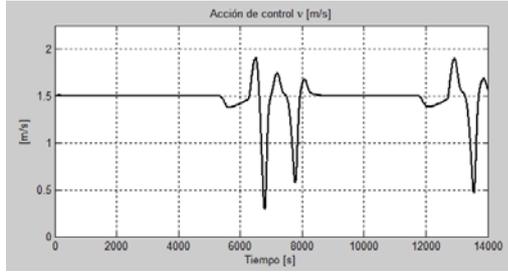


Fig. 11. Velocidad para una saturación $\delta_{MAX} = 10^\circ$

En la Fig.9 se puede apreciar la saturación de δ y cómo la función de potencial V toma valores importantes y comienza a actuar el controlador de saturación.

Desde el punto de vista cinemático se observa un aumento de la velocidad para tratar de disminuir el error de seguimiento del camino. Sin embargo, cuando el error aumenta mucho la velocidad disminuye casi a cero mientras se presenta la saturación. Este comportamiento se observa para saturaciones mayores en el ángulo de giro o para caminos más complicados como se puede ver en la Fig. 11 para una saturación a diez grados para el mismo camino.

III. CONTROLADOR CON DESLIZAMIENTOS

Si ahora incluimos velocidades de deslizamiento en el modelo cinemático (1) obtenemos el siguiente modelo extendido [2] (Fig. 13)

$$\begin{cases} \dot{x}_R = v \cos(\theta_R) - a\omega \sin(\theta_R) + \eta_x - a\eta_\omega \sin(\theta_R) \\ \dot{y}_R = v \sin(\theta_R) + a\omega \cos(\theta_R) + \eta_y + a\eta_\omega \cos(\theta_R) \\ \dot{\theta}_R \cong \frac{v}{L} \tan(\delta) + \eta_\omega \end{cases} \quad (18)$$

Donde η_x, η_y y η_ω agrupan a los términos que incluyen a las velocidades de deslizamiento v_{rs} y v_{rl} junto con el ángulo de deslizamiento β_f y vienen dados por

$$\begin{aligned} \eta_x &= -v_{rl} \cos(\theta_R) + v_{rs} \sin(\theta_R) \\ \eta_y &= -v_{rl} \sin(\theta_R) - v_{rs} \cos(\theta_R) \\ \eta_\omega &= -\frac{v}{L} \tan(\beta_f) - \frac{v_{rl}}{L} \tan(\delta - \beta_f) + \frac{v_{rs}}{L} \end{aligned} \quad (19)$$

Siguiendo la metodología para obtener el controlador se deriva (16) para obtener una ecuación similar a (3), sólo que ahora

$$d = \begin{bmatrix} -v\omega \sin(\theta_R) - a\omega^2 \cos(\theta_R) + \dot{\eta}_x - a\eta_\omega \cos(\theta) & \omega \\ +v\omega \cos(\theta_R) - a\omega^2 \sin(\theta_R) + \dot{\eta}_y - a\eta_\omega \sin(\theta) & \omega \end{bmatrix}$$

Donde se aprecia la presencia de aceleraciones de deslizamiento, las cuales serán anuladas bajo la suposición de que el deslizamiento es constante entre períodos de muestreo. De esta manera, la matriz d queda

$$d = \begin{bmatrix} -v \sin(\theta_R) - a \cos(\theta_R) (\omega + \eta_\omega) \\ v \cos(\theta_R) - a \sin(\theta_R) (\omega + \eta_\omega) \end{bmatrix} \omega$$

De tal manera que para poder implementar el controlador se requiere conocer las siguientes velocidades lineales v_{rl} y v_{rs} , el ángulo de deslizamiento β_f y la velocidad angular ω .

Con un sensor inercial tipo IMU con giróscopo instalado en el punto medio del eje trasero se miden las aceleraciones en el eje longitudinal a_l y en el eje transversal a_s . Adicionalmente se obtiene una medida de la velocidad angular ω y el comando de velocidad lineal v ; de tal manera que a partir de las siguientes ecuaciones inerciales se pueden despejar las componentes de las aceleraciones de deslizamiento:

$$\begin{cases} \dot{v}_{rs} = -\dot{\theta}(v - v_{rl}) + a_s \\ (\dot{v} - \dot{v}_{rl}) = \dot{\theta} v_{rs} + a_l \end{cases}$$

Luego se pueden obtener las velocidades en forma discreta:

$$\begin{cases} v_{rs}(k+1) = v_{rs}(k) + T_0 \dot{v}_{rs}(k) \\ v_{rl}(k+1) = v_{rl}(k) + T_0 \dot{v}_{rl}(k) \end{cases}$$

las que pueden filtrarse usando un filtro de Kalman, al momento de la implementación. Con estas velocidades se puede despejar el valor del ángulo de deslizamiento β_f a partir de la tercera ecuación en (3)

$$\beta_f = \delta - \text{atan}\left(\frac{L\dot{\theta} - v_{rl}}{v - v_{rl}}\right)$$

$$v_c = v - v_{rl} \quad (20)$$

$$\omega_c = \omega \approx \frac{v}{L} \tan(\delta) + \eta_\omega \quad (21)$$

De dónde se pueden despejar fácilmente v_{rl} y η_ω , luego con v_{rl}

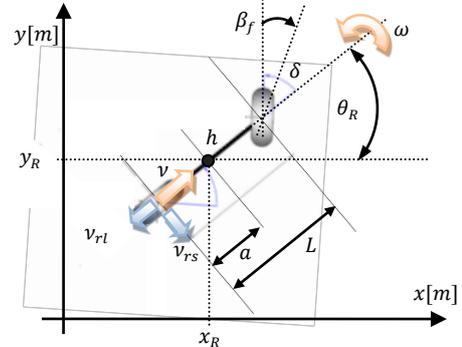


Fig. 12. Modelo cinemático extendido a deslizamientos

A. Resultados de simulación

Presentamos resultados de simulación para distintas velocidades de deslizamiento, haciendo notar que la simulación de los deslizamientos constituye en sí una tarea muy complicada y de la que no se dispone de resultados experimentales como para reproducirlos.

Se han considerado deslizamientos arbitrarios, como porcentajes del orden del 15% de las velocidades aplicadas al

robot para mostrar el modo de operación del controlador. Sin embargo en trabajos futuros habrá que corroborar la magnitud de estos valores y el desempeño de los controladores propuestos mediante experimentación

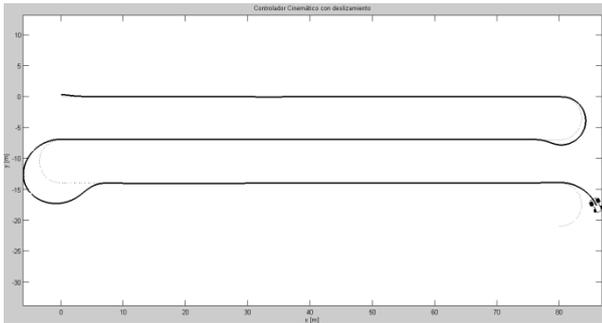


Fig. 13. Trayectoria recorrida con deslizamiento

En este caso puede verse cómo el deslizamiento aparece aproximadamente a los 30m del recorrido, siendo los valores simulados $\beta_f = 5^\circ$, $v_{rs} = 0.2m/s$ y $v_{rl} = 0,3m/s$.

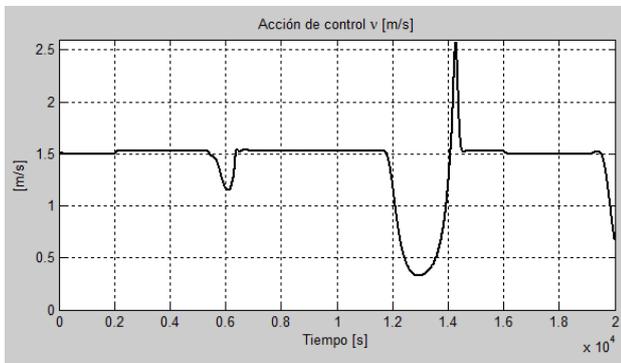


Fig. 14. Velocidad del robot

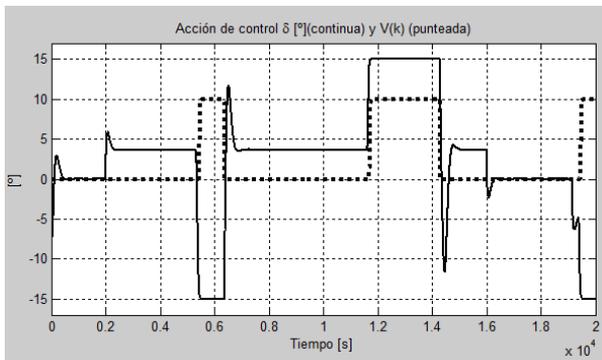


Fig. 15. Ángulo de giro y función potencial

Del análisis de los resultados de la simulación se desprende el incremento del error al tomar la segunda curva ya que el deslizamiento es hacia ese lado del robot. También aparece un pequeño error de estado estacionario que se debe al efecto de la dinámica que se ha incluido en la simulación correspondiente a la dirección del vehículo, así como la suposición simplificada de aceleraciones de deslizamiento nulas en el controlador. Nótese también el marcado descenso de la velocidad al incrementar los errores de seguimiento.

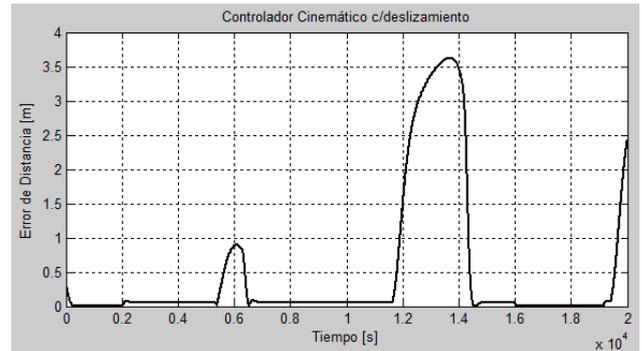


Fig. 16. Error de distancia con deslizamientos

IV. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se ha presentado un nuevo controlador para un robot tipo car like basado en un diseño de espacio nulo para cumplir con una tarea de seguimiento de camino por un lado y con la saturación del ángulo de giro por otro. Se han incluido los análisis de estabilidad de los controladores y se reportan resultados de simulación para el controlador sin deslizamientos y con deslizamientos.

Como trabajo futuro se realizará la implementación de dichos algoritmos en un robot real a escala de laboratorio y en escala real. También se pretenden reportar resultados de deslizamiento para diversas condiciones del terreno e incorporar un modelo dinámico completo del robot a los efectos de su compensación.

AGRADECIMIENTOS

A CONICET, a la ANPCyT y a la UNSJ por haber financiado parcialmente este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] A. Matveev, M.Hoy, J. Katupitiya, y A. Savkin, "Nonlinear sliding mode control of an unmanned agricultural tractor in the presence of sliding and control saturation," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 61 issue 9, pp. 973-987, September 2013.
- [2] J.M. Toibero, P. Leica, F.Roberti y R. Carelli, "Seguimiento de caminos para un robot móvil tipo car-like ante efectos de deslizamiento," AAECA, Buenos Aires, 2012.
- [3] Andaluz V., Roberti F., Toibero J.M., Carelli R. y B. Wagner, "Adaptive dynamic path following control of an unicycle-like mobile robot," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA2011. Aachen, GERMANY, 2011
- [4] N. Bouton, R. Lenain, B. Thuilot y P. Martinet, "A new device dedicated to autonomous mobile dynamic stability: application to an off-road mobile robot." Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 3813-3818. Anchorage, Alaska, USA, May 3-8, 2010
- [5] R. Eaton R., J. Katupitiya, K.W. Siew y B. Howarth, "Autonomous Farming: Modeling and control of agriculture machinery in a unified framework," Proc. of the 15th Int. Conf. on Mechatronics and Machine Vision in Practice, pp. 499-504. Auckland, New Zealand. Dec 2-4, 2008
- [6] H. Fang, R. Lenain, B. Thuilot y P. Martinet. "Trajectory tracking control of farm vehicles in presence of sliding," IEEE IROS, pp. 58-63. Aug 2-6, 2005.
- [7] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou y P. Martinet, "Mobile robot control in presence of sliding: application to agricultural vehicle path tracking," Proc. of the 45th IEEE Int. Conf. on Decision and Control, pp. 6004-6009. San Diego, USA. Dec 13-15, 2006.