Diseño de un controlador robusto para la cancelación activa de vibraciones en robots paralelo

Evelin Battocchio, Claus Smitt

Universidad Nacional de Rosario – Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería & Agrimensura evelinrocio293@gmail.com, rootmt2@gmail.com

Resumen- Este trabajo consistió en el análisis de distintos métodos de identificación de sistemas y su aplicación para la obtención de un modelo del comportamiento vibratorio de robots paralelo. En particular se estudió el manipulador Fünfgelenk de 2 grados de libertad que se encuentra en el Instituto de Control de la Universidad Técnica de

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente los requerimientos industriales de aceleración, velocidad y precisión esperadas de manipuladores robóticos son cada vez mayores. A diferencia de los robots serie, las articulaciones y eslabones que conforman un robot paralelo (Fig. 1) forman al menos una cadena cinemática cerrada, las cuales comienzan y terminan en marcos inerciales fijos. El efector forma parte de la misma, montado sobre una plataforma donde convergen una o más articulaciones.



Fig. 1. Manipulador paralelo Fünfgelenk

Esto confiere a dichos robots las siguientes ventajas:

- Eslabones idénticos
- Carga distribuida
- Estructura liviana
- Gran aceleración y velocidad

Por estos motivos, se está optando actualmente por utilizar robots paralelos en gran cantidad de procesos industriales.

Es necesario tener en cuenta que los robots paralelos poseen brazos esbeltos de forma tal que el espacio de trabajo tenga un tamaño considerable. Una barra esbelta (e.j. de fibra de carbono) posee especial rigidez con respecto a su eje transversal, mientras que es flexible con respecto a su eje longitudinal. El carácter flexible de las barras no es despreciable en esta aplicación, ya que se pretende que el efector desarrolle grandes aceleraciones, Braunschweig (Alemania). Para la validación del método de identificación, se diseñó un controlador de vibraciones activo utilizando técnicas de control robusto, debido a las incertidumbres del modelo. Se presentan los resultados de la simulación y la implementación, y el análisis de validez del método de identificación propuesto.

lo que imprime momentos rotacionales sobre las mismas lo suficientemente grandes como para provocar vibraciones considerables. Bajo estas condiciones, la aparición de vibraciones durante el funcionamiento del manipulador es inevitable.

Las vibraciones reducen la precisión del manipulador, por lo cual los resultados del proceso a llevar a cabo pueden resultar desfavorables. Por estos motivos es necesario implementar un sistema que cancele dichas vibraciones.

Actualmente, varios grupos de investigación [1,2,3] están desarrollando métodos de cancelación de vibraciones activos.

II. MODELADO DEL SISTEMA FÍSICO

El Fünfgelenk es un robot paralelo con una única cadena cinemática cerrada, la cual se forma conectando sus dos brazos. La estructura es accionada por dos motores trifásicos fijos en la parte inferior de la misma como se muestra en la Fig. 2. Los brazos están conformados por una manivela de fibra de carbono y una barra esbelta. La manivela se encuentra solidaria con el eje de uno de los motores en su parte inferior. Ambos brazos se conectan entre sí en sus extremos superiores mediante una articulación rotacional de un único GDL (rótula superior). La barra que conforma cada brazo se compone en realidad de una vara cilíndrica esbelta de fibra de carbono, la cual se conecta mecánicamente a un actuador piezoeléctrico.



Fig. 2. Componentes estructurales del manipulador Fünfgelenk

A. Modelo físico idealizado

Debido a las características constructivas del manipulador, es posible reducir el problema de modelado del comportamiento vibratorio al análisis de las barras y la rótula superior. Esto se debe a que las manivelas están especialmente diseñadas para no intervenir en el fenómeno vibratorio de la estructura.

En este trabajo se estudió el comportamiento vibratorio de la estructura en un único punto del espacio de trabajo, sin carga en el efector.

El comportamiento elástico de las barras en su eje transversal es el principal factor en el estudio del comportamiento vibratorio a analizar, y se debe a que las mismas son esbeltas. El hecho de que estén construidas con fibra de carbono las hace livianas y les confiere una importante rigidez longitudinal. Los actuadores imprimen una fuerza en la base de las barras, a lo largo de su eje longitudinal.

La barra se modela respecto a su eje longitudinal como un sistema masa-resorte con rozamiento viscoso (Fig. 3). La fuerza aplicada por el actuador está modulada por la señal de control y la fuerza Fl es la fuerza transmitida por la barra a la rótula superior.



Fig. 3. Modelado físico de la barra y el actuador piezoelétrico

B. Cambio rotacional de coordenadas

La fuerza aplicada longitudinalmente en uno de los extremos de la rótula superior induce dos torques sobre la misma en los ejes rotacionales α y β (Fig. 4).



Fig. 4. Torques resultantes en la rótula superior

Este cambio de coordenadas es complejo y marcadamente no lineal debido a la conexión de los brazos con la rótula. Sin embargo, asumiendo que las fuerzas aplicadas producen desplazamientos lo suficientemente pequeños como para que el sistema se mantenga en la zona lineal de trabajo, se modela esta transformación como un vector T constante de 2 componentes. Si consideramos las fuerzas transversales de ambos brazos, izquierdo (f_{li}) y derecho (f_{ld}), por superposición se obtiene:

$$\tau = T.F_l = \begin{bmatrix} T_{\alpha} \\ T_{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{li} \\ f_{ld} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{\alpha i} & t_{\alpha d} \\ t_{\beta i} & t_{\beta d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{li} \\ f_{ld} \end{bmatrix}$$
(1)

Para estudiar su comportamiento vibratorio, se divide a la barra en n secciones, las cuales representan los nodos del sistema. Debido a que los esfuerzos que producen las vibraciones son torques, cada nodo se representa como un sistema de segundo orden inercia-resorte con rozamiento viscoso (Fig. 5).



Fig. 5. Modelo rotacional de un nodo de la barra

Un análisis análogo puede llevarse a cabo para la coordenada rotacional β por lo que de aquí en adelante se suprime el subíndice para simplificar la notación.

Para obtener las ecuaciones del modelo en espacio de estados, se toman como variables de estado las velocidades y ángulos de cada volante, resultando:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{1} = -\frac{k_{1}}{J_{1}}\theta_{1} + \frac{k_{1}}{J_{1}}\theta_{2} - \frac{b_{1}}{J_{1}}\omega_{1} + \frac{T}{J_{1}}F_{l} + \frac{1}{J_{1}}\tau_{pert} \\ \dot{\theta}_{1} = \omega_{1} \\ \dot{\omega}_{2} = \frac{k_{1}}{J_{2}}\theta_{1} - \frac{(k_{1} + k_{2})}{J_{2}}\theta_{2} + \frac{k_{2}}{J_{2}}\theta_{3} - \frac{b_{2}}{J_{2}}\omega_{2} \\ \dot{\theta}_{2} = \omega_{2} \\ \dot{\theta}_{2} = \omega_{2} \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{n} = -\frac{k_{n-1}}{J_{n}}\theta_{n-1} - \frac{(k_{n-1} + k_{n})}{J_{n}}\theta_{2} - \frac{b_{1}}{J_{n}}\omega_{1} \\ \dot{\theta}_{n} = \omega_{n} \end{cases}$$
(2)

Donde puede verse que los estados del i-ésimo subsistema (ω_i, θ_i) están acoplados mediante un estado (posición angular) de sus subsistemas anterior θ_{i-1} y posterior θ_{i+1} , en los casos correspondientes. Esto conlleva que la dinámica de cada nodo no puede ser analizada independientemente de la de sus vecinos. Para lograrlo, debe aplicarse una trasformación a coordenadas modales, donde se obtiene un subsistema independiente por cada modo oscilante del sistema.

C. Transformación a coordenadas modales

Se supone que el sistema no posee rozamiento alguno, la cual es una hipótesis razonable para estructuras flexibles. Anulando los coeficientes b_i de (2) se puede representar al sistema en forma matricial mediante la siguiente ecuación dinámica:

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \tag{3}$$

Donde q es el vector de coordenadas nodales (o coordenadas generalizadas), M es la matriz masa (o masa generalizada) y K

la matriz de elasticidad (o masa generalizada). La solución de (3) resulta:

$$q = \phi e^{j\omega t} \tag{4}$$

Donde ϕ es un vector y ω es una frecuencia escalar en rad/s, lo que implica que las coordenadas evolucionan en forma senoidal. Esto se debe a que todos los polos del sistema son complejos conjugados y se encuentran sobre el eje imaginario, ya a que el sistema no tiene elementos disipativos.

En la referencia [4] puede encontrarse el desarrollo detallado de la transformación para un sistema con disipación de valor pequeño, del cual se obtiene una función transferencia de segundo orden por cada modo resonante. Para ello se consideran a uno de los ángulos rotacionales θ_1 como salida del sistema y al torque de perturbación τ_{pert} como entrada, obteniéndose así la función transferencia:

$$H_{mi}(j\omega) = \frac{c_{mi}b_{mi}}{\omega^2 + j\omega \, 2\xi_{mi}\omega_i + \omega_i^2} \tag{5}$$

Donde donde c_{mi} y b_{mi} son los i-ésimos elementos de C_m y B_m respectivamen.

Los parámetros físicos originales del sistema ya no quedan expresados explícitamente. Por ello, al realizar la identificación del sistema se buscan los parámetros del modelo en coordenadas modales. Por último, el modelo completo está conformado por las funciones transferencias de los ejes α y β las cuales resultan de la suma de los subsistemas oscilantes en coordenadas modales.

III. CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL

Para la realización de este trabajo fue necesaria una configuración que permitiera la identificación del sistema así como también la implementación del cancelador de vibraciones, cuyos esquemas se muestran en las Fig. 6 y Fig. 7, respectivamente.

Para el caso de la identificación, se inyectaron a los actuadores señales apropiadas de identificación u_i para excitar todos los modos oscilatorios del manipulador. Se almacenaron las salidas medidas por los sensores de forma tal de procesar los datos de forma off-line.



Fig. 6. Configuración experimental para la identificación del sistema

En el esquema del controlador, el set-point es nulo debido a que el cancelador busca anular los desplazamientos producidos en el efector del robot a causa de las vibraciones, las cuales se consideran perturbaciones al sistema.

El diagrama de la configuración experimental montada para obtener un sistema de medición, control y supervisión apropiado y confortable para desempeñar las tareas de identificación y supresión del comportamiento vibratorio de la estructura robótica se muestra en la Fig. 8.



Fig. 7. Configuración experimental para el control del sistema



Fig. 8. Diagrama de interconexión de la configuración experimental

Se utilizó un DSP para correr el modelo del sistema y la implementación del controlador elaborados en MATLAB/Simulink. Mediante el mismo es posible monitorear y modificar los parámetros del controlador en tiempo real mediante una plataforma SCADA en una terminal de monitoreo.

La única salida generada por el DSP es la referencia de tensión de alimentación del actuador piezoelétrico. Esta señal se conecta a un filtro analógico de forma tal de limitar su contenido frecuencial, para ser luego amplificada por el amplificador del actuador. A su vez, el amplificador dispone de una salida de monitoreo, la cual se conecta a un terminal de entrada del DSP para ser usada como la señal se entrada en el proceso de identificación.

Una vez excitada la estructura, las vibraciones de la misma son medidas mediante un acelerómetro de 3 ejes cartesianos. Estas salidas se conectan a acondicionadores de señal, y luego se filtran para eliminar ruidos de medición.

IV. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

A. Identificación a priori

Primeramente se identificaron, mediante un método no paramétrico, las principales frecuencias de resonancia de la estructura en forma aproximada, excitando a la misma con una señal escalón. Debido a la escasa persistencia de excitación que este tipo de señal posee, la identificación de los modos del sistema no es lo suficientemente confiable como para obtener un modelo del sistema. Sin embargo, es posible determinar aproximadamente la frecuencia máxima a la cual la estructura oscila.

Para procesar las señales de este primer ensayo, se emplea el método de identificación de análisis espectral, el cual estima determinados puntos de la respuesta en frecuencia del sistema $H(j\omega)$. La misma obtiene aplicando la transformada de Fourier a la entrada u(t) y a la salida del sistema y(t) y dividiendo ambas instante a instante.

De la teoría de identificación de sistemas, se obtiene que la secuencia de correlación cruzada entrada-salida es:

$$R_{\nu u}(l) = h(l) * R_{u u}(l)$$
(6)

Debido a que el sistema de medición es digital, se aplica la transformada de Fourier en tiempo discreto de (6). La estima de la respuesta en frecuencia queda expresada como:

$$\widehat{H}(\omega_k) = \frac{Y_N(\omega_k)}{U_N(\omega_k)}$$
(7)

Lo que implica que la estima de la respuesta en frecuencia del sistema puede calcularse dividiendo las muestra a muestra las transformadas discretas de Fourier de las señales de entrada y salida. Debido a que la señal de entrada en este caso no puede ser medida de forma exacta, se supone que la pendiente del escalón es lo suficientemente elevada como para considerarlo como un impulso $(U_N(\omega_k) \approx 1)$, por lo que

$$\widehat{H}(\omega_k) \approx Y_N(\omega_k) \tag{8}$$

De esta estima pueden apreciarse las frecuencias que resultan predominantes en el comportamiento de la estructura.

B. Identificación con señal PRBS

Posteriormente se diseñó una señal de identificación PRBS (*Pseudo Random Binary Signal*) la cual permita excitar los modos de la estructura dentro del rango de frecuencias de interés obtenidas en la etapa anterior. Mediante esta señal se realiza una segunda identificación del sistema utilizando un método paramétrico. En esta etapa, se obtuvo el modelo del sistema en forma de función transferencia tenido en cuenta para la síntesis del controlador.

C. Resultados de la identificación

Se excitó al sistema cortando una soga que sostenía una carga mecánica de 1 kg atada al efector. Esto provocó una descarga casi instantánea, la cual se consideró como un escalón de fuerza negativo. Las gráficas de aceleración de los ejes (x, y, z) obtenidas del acelerómetro se muestran la Fig. 9.

Se aprecia que las oscilaciones en el eje z poseen un amortiguamiento mucho menor, ya que la misma persiste en el tiempo, cuando las oscilaciones en los ejes x e y están prácticamente extintas.

Estas señales son procesadas según se describió en el apartado IV.A, obteniendo así estimas del comportamiento frecuencial del sistema. El resultado de este proceso son los espectros de las señales medidas (Fig. 10). Se aprecia que existe un pico de resonancia de gran amplitud en el eje z de los 17 Hz y otra de menor amplitud en 45 Hz.

Por otro lado, se conoce de trabajos previos sobre el sistema [1,3] que las frecuencias de resonancia de la estructura no superan los 150 Hz, por lo que se ignora el comportamiento para frecuencias mayores a esta.

A partir de los datos obtenidos en el apartado anterior, se diseñó una señal PRBS con la persistencia suficiente como para excitar los principales modos oscilantes de 17 Hz y 45 Hz. [5]



Fig. 9. Respuesta temporal al escalón del sistema para una carga de



Fig.10. Estima de la respuesta en frecuencia del sistema

Nuevamente se aplicó la transformada de Fourier, cuyo espectro de magnitud se observa en la Fig. 11.



Fig.11: Estima del espectro del sistema excitado con la señal PRBS

Debido a que la densidad espectral de energía de la señal PRBS disminuye significativamente a medida que la frecuencia aumenta, reduciéndose a menos de la mitad en 100 Hz. Los efectos que este fenómeno produce son:

• El crecimiento monótono del módulo en los ejes *x* e *y*. Por este motivo, se descartó el análisis del espectro frecuencial por encima de los 80 Hz.

• Al ser válido el espectro sólo hasta 80 Hz, el sistema parece ser impropio, ya que el módulo de la respuesta crece monótonamente con la frecuencia. Es por ello que fue necesario agregar polos a la estima a la derecha de las frecuencias de resonancia, de forma tal de que la transferencia estimada resultase estrictamente propia. Teniendo en cuenta estas consideraciones, se observó que el eje z presenta definitivamente un pico dominante en 17 Hz así como la existencia de otros modos oscilantes de menor amplitud en el rango [45, 50] Hz. A su vez pudo apreciarse que la amplitud de dichos modos es mayor en el eje z que en los ejes x e y. Por este motivo, se determinó la necesidad de obtener un modelo y diseñar un supresor de vibraciones que actúe sólo sobre el eje z.

Al aplicar el método de identificación paramétrico, se obtuvo una función transferencia cuyo diagrama de Bode de amplitud se observa en la Fig. 12, el cual presenta picos de resonancia en 17Hz y 45Hz.



Fig. 12: Bode de magnitud del modelo función transferencia del sistema

V. DISEÑO DEL CONTROLADOR ROBUSTO

Con el fin de diseñar un cancelador de vibraciones que permita que el sistema controlado presente el comportamiento deseado, aún teniendo en cuenta las incertidumbres en el modelo y la dinámica no modelada, fue necesario recurrir a técnicas del control robusto.

A. Controlador H- ∞

Dado que el método de identificación llevado a cabo proporciona un modelo del sistema de tipo caja-negra, tanto sus variables de estado como sus parámetros carecen de significado físico. Por este motivo se consideró en este desarrollo que las incertidumbres del modelo identificado son no estructuradas [6,7]. En este trabajo se diseñó el controlador en base a la norma H- ∞ , lo cual implica la minimización de la norma H- ∞ de una función transferencia que represente el criterio adoptado [6,7].

La Teoría de Control Robusto sugiere una disposición de los bloques como la que se muestra en la Fig. 13, donde el bloque P(s) contiene tanto el modelo identificado como las representaciones de las incertidumbres. Por otro lado, el bloque K(s) describe al controlador, cuya síntesis se llevó a cabo en base al criterio de robustez elegido.

Las señales u(t) e y(t) representan a la variable manipulada y salida controlada, respectivamente. El vector de entradas v(t)representa todas las entradas al sistema, incluidas las perturbaciones. Por último, el vector z(t) contiene aquellas señales del sistema cuyas respuestas a las correspondientes entradas se desea limitar.

La función transferencia desde las entradas v(t) hacia las salidas z(t) puede representarse como:

$$\frac{Z(s)}{V(s)} = \left[P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s) \left(I - P_{22}(s)K(s) \right)^{-1} P_{21}(s) \right]$$
(9)

Donde los P_{ij} Son los elementos de la matriz transferencia P y la expresión entre corchetes se denomina **función de costo** P_{zv} , y el objetivo del diseño es minimizar la norma H- ∞ del mismo.



Fig. 13: Diagrama de bloques detallado del sistema

La función $W_1(s)$ se define como una función de peso para la variable manipulada u(t) en la cual se ven reflejadas las incertezas del modelo, es decir, la dinámica no tenida en cuenta durante el proceso de identificación del sistema. Dado que se supuso que el sistema posee ancho de banda limitado, como una primera aproximación se asumió que el modelo G(s) representa con precisión aceptable la dinámica de la estructura en el rango de bajas frecuencias. Por el mismo motivo, se supuso que las incertidumbres del modelo aumentan a medida que la frecuencia se incrementa.

Por otro lado, la función $W_2(s)$ representa una función de peso para la salida controlada y(t). Esta función contiene información sobre la performance deseada de la aceleración de salida en dominio frecuencial Teniendo en cuenta las expresiones se puede escribir la función de costo a minimizar en este caso en función de K(s), de las funciones W(s) y de G(s):

$$\left\| \begin{array}{ccc} W_1 K (I + KG)^{-1} & W_1 KG (I + KG)^{-1} \\ W_2 KG (I + KG)^{-1} & W_2 G (I + KG)^{-1} \end{array} \right\|_{\infty} < 1 \quad (10)$$

B. Síntesis del Controlador

La función $W_1(s)$ se ajustó considerando que los picos de resonancia estimados en la identificación se encuentran en el rango de bajas frecuencias, y que se estudió al sistema por debajo de $f_{max} = 80 Hz$.

Por otro lado, $W_2(s)$ refleja la performance deseada de la señal de salida. Es decir que el ajuste de $W_2(s)$ logra la atenuación de los modos vibratorios en la salida.

Los diagramas de Bode de amplitud de $W_1(s)$ y $W_2(s)$ se observan en la Fig. 14 (a) y (b), respectivamente.

Una vez parametrizadas las funciones $W_1(s)$ y $W_2(s)$, se sintetizó el controlador óptimo que cumple con (10) con la función hinfsyn del *Robust Control Toolbox* de *Matlab*. Dicha función proporciona las funciones transferencia del controlador K(s) y de lazo cerrado CL(s), cuyos diagramas de bode de amplitud se muestran a continuación, donde se puede apreciar que los picos resonantes se ven atenuados en el sistema a lazo cerrado.



Fig. 14: Diagrama de Bode de amplitud de la función $W_1(s)$ y $W_2(s)$



Fig. 15: Diagrama de Bode de amplitud del sistema a lazo cerrado

VI. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

Con el fin de validar la performance del controlador, se perturbó al sistema golpeando suavemente el efector y excitando a la estructura con una señal de tipo chirp. La respuesta temporal y frecuencial de dichos ensayos se muestran en las figuras 16 y 17.



Fig. 16: Respuesta al escalón del sistema a lazo abierto y cerrado

Se observa que las oscilaciones se ven atenuadas. En particular en la Fig. 17 se aprecia que el modo de 45 Hz se atenúa muy poco. Esto se debe a que en ese momento el controlador intenta cambiar drásticamente la dinámica del sistema, lo cual conlleva esfuerzos de control elevados, saturándose así el actuador.

En la Tabla 1 se exhiben las atenuaciones obtenidas en cada etapa del desarrollo.



Fig. 17: Respuesta temporal del sistema ante una perturbación chirp

Etapa	Atenuación	
	17 Hz	45 Hz
Diseño	-18,3 dB	-7,4 dB
Simulación	-13,5 dB	-6 dB
Implementación	-10,1 dB	0 dB

Tabla 1: Comparación de las atenuaciones de los modos resonantes

VII. CONCLUSIONES

Las oscilaciones en la señal de salida resultaron amortiguadas aún en presencia de incertezas en el modelo identificado. Se observó que las mismas presentaron menor atenuación en la implementación del controlador que en las simulaciones.

Se encontró una relación de compromiso entre el factor de atenuación de vibraciones que el controlador puede proporcionar, y la amplitud del esfuerzo de control del actuador necesaria para alcanzarlo.

Si bien el fenómeno vibratorio de la estructura es netamente no lineal, se logró obtener un modelo lineal que describe el comportamiento en las cercanías del punto de trabajo y que reproduce la dinámica del sistema en el rango de frecuencias especificado en forma satisfactoria.

REFERENCIAS

- [1] IFR Statistical Department, World Robotics 2013 Industrial Robots (Executive Summary), 2013.
- [2] S. Algermissen, M. Rose, R. Keimer y E. Breitbach, High-Speed Parallel Robots with Integrated Vibration-Suppression for Handling and Assembly, DLR eV(German Aerospace Center), Braunschweig, Alemania, 2004.
- [3] K. Stachera, Konzepte für elastische, parallele Manipulatoren zur Regelung der Strukturschwingungen, Technische Universität Braunschweig, Braunschweig, Alemania, 2008.
- W. K. Gawronski, Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures, California Institute of Technology, Pasadena, CA, USA: Springer, 2004.
 Diseño de Entradas, Transparencias, Transparencias,
- [5] J. C Gómez, *Diseño de Entradas*, Transparencias, Departamento de Control, FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, 2012.
- [6] K. Müller, *Entwurf Robuster Regelungen*, Stuttgart: B.G. Teubner, 1996.
- [7] Cátedra de Control Avanzado, Control Robusto, Apuntes de Cátedra, FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Rosario, Argentina, 2012.