

Fusión de encoders de cuadratura, sensores inerciales y magnéticos para la localización de robots móviles

Thomas Fischer¹, Matías A. Nitsche¹, and Sol Pedre²

¹Laboratorio de Robótica y Sistemas Embebidos, Departamento de Computación, FCEyN - UBA

²Grupo de Robótica CAREM - CAB - CNEA

Resumen—Este trabajo propone un método de localización para robots móviles terrestres, utilizando como estrategia la fusión de sensores, estimando la pose del robot durante la navegación. El enfoque clásico, la odometría basada en encoders, está basado en la integración incremental de información y conlleva una acumulación no acotada de errores. Por ello, se propone incorporar sensores inerciales y magnéticos a la plataforma, utilizando métodos de fusión para lograr una estimación más robusta de la pose. El método es validado experimentalmente utilizando un robot móvil ExaBot, y se observan mejoras significativas respecto del método basado exclusivamente en odometría.

I. INTRODUCCIÓN

Uno de los métodos más utilizados para la localización de vehículos terrestres, por su simplicidad y bajo costo, es la *odometría basada en encoders*. Consiste en ubicar encoders ópticos en los ejes correspondientes a las ruedas, que sensan las revoluciones de los mismos, e integrar la información de desplazamiento (velocidad lineal y angular) obtenida en cada intervalo de medición. De esta manera es posible estimar la pose (posición y orientación) del robot a partir de una pose anterior.

Este método es fiable únicamente bajo la premisa de que el desplazamiento de las ruedas es directamente traducible al desplazamiento real del robot. Sin embargo, en la práctica la misma no se sostiene, y errores en las estimaciones del desplazamiento inducen errores acumulativos que crecen ilimitadamente, proporcionalmente a la distancia recorrida [1]. Esto produce estimaciones de pose cada vez más desviadas, y resulta particularmente problemático cuando los desplazamientos no son en línea recta, es decir, cuando hay que estimar un cambio de orientación.

Es por esta razón que resulta interesante analizar técnicas que permitan inferir la orientación, y combinarla con el desplazamiento estimado por la odometría. Entre las habituales, se destacan aquellas basadas en sensores inerciales (como giróscopos y acelerómetros) y/o magnéticos, por su bajo costo, tamaño, velocidad de muestreo y simplicidad algorítmica.

Los acelerómetros y magnetómetros permiten calcular la orientación del robot relativa a la dirección de la fuerza gravitatoria y del norte magnético terrestre respectivamente, ambas referencias externas estables y medibles desde cualquier lugar. No obstante, ninguna en sí misma provee una orientación completa, quedando siempre un grado de libertad

sin estimar, aquel perpendicular a la referencia utilizada. Sin embargo, combinando ambas técnicas, es posible recuperar la orientación completa del robot, ya que el norte magnético siempre es ortogonal a la dirección de la gravedad (excepto en situaciones excepcionales sobre los polos magnéticos).

Los giróscopos a su vez, miden la velocidad angular sobre cada eje del robot, cuya integración a lo largo del tiempo puede ser utilizada como observador de la orientación. Por su naturaleza incremental, también sufren de errores acumulativos no acotados, pero son muy precisos en el corto plazo y resultan útiles para descartar los ruidos de alta frecuencia característicos de las señales de acelerómetros y magnetómetros.

II. TRABAJOS RELACIONADOS

La integración de sensores giróscopos, acelerómetros y magnetómetros, configuración conocida como sensor MARG (Magnetic, Angular Rate, and Gravity), proveen suficiente información que, mediante el uso de un método de fusión, puede ser utilizado como observador robusto de la orientación de un vehículo [5], [13]. Estos sistemas son utilizados ampliamente en vehículos aéreos donde constituyen un componente esencial del control de vuelo.

La técnicas de fusión más utilizadas son aquellas basadas en *Filtros de Kalman* [2]. El uso extensivo que se le da a los filtros de Kalman es en sí mismo un testimonio de su efectividad, sin embargo en este contexto presentan ciertas desventajas, como la necesidad de definir un modelo probabilístico complejo y de linealizar la cinemática de rotación a través de series de Taylor [11]. Otra técnica de estimación ampliamente utilizada es el *filtro complementario* [7]. Este utiliza las características complementarias de dos o más señales de la misma variable, a efectos de contrarrestar sus respectivos defectos. Así es el caso de los sensores inerciales, tales como el giróscopo y acelerómetro, que poseen ruidos de baja y alta frecuencia respectivamente [9]. Mahony et al. [6] implementan un filtro complementario eficiente sobre sensores inerciales, sin embargo, la orientación posee un error constante en la estimación del rumbo debido a la falta de un observador absoluto ortogonal a la gravedad. Madgwick [5] a su vez, incorpora al método de Mahony un sensor magnetómetro, obteniendo así un observador de orientación en tres dimensiones sin errores acumulativos. No obstante, los modelos utilizados en dicho

trabajo se basan en la premisa de que la aceleración provee un estimativo correcto de la gravedad, y el magnetómetro, del campo magnético terrestre.

En particular, en este trabajo se propone utilizar la técnica de filtro complementario sobre un sensor MARG montado en un robot móvil. Combinando esta estimación con información de desplazamiento del robot, es posible obtener un sistema de localización completo. Dado que la información de desplazamiento que posee el robot está basada en odometría, y que la misma es proclive a la acumulación no acotada de errores y es particularmente imprecisa al estimar la orientación del robot, la fusión de la misma con una estimación robusta de la orientación resulta en un sistema de localización mucho más preciso.

III. PRELIMINARES

III-A. Odometría

La odometría basada en encoders es una de las técnicas más utilizadas en sistemas de localización relativos para robots con sistemas de locomoción basado en ruedas, debido a su simplicidad, bajo costo y baja complejidad computacional. Usualmente, este tipo de robots utilizan un sistema de tracción diferencial, donde el control de los motores se realiza de manera independiente, como se aprecia en la figura III.1. Aún cuando la mayoría de estos robots no respetan estrictamente este modelo, se aplica de todas maneras debido a la gran complejidad de otros modelos, aunque es una de las principales razones por las cuáles resulta impreciso en la práctica. Este es el caso de robots con orugas, como el utilizado en el presente trabajo.

A continuación se presenta el modelo teórico clásico de odometría para vehículos de tracción diferencial. El método estima, en cada intervalo de tiempo, el desplazamiento lineal de las ruedas, a partir de una muestra de los encoders ópticos α_L y α_R , ubicados en las ruedas izquierda y derecha respectivamente, que indican el desplazamiento angular efectuado por cada una, mediante una cantidad de pulsos. Si se conoce el diámetro D de cada rueda, es posible calcular la distancia recorrida por cada una como:

$$d_{L/R} = \pi D \frac{\alpha_{L/R}}{P} G \quad (\text{III.1})$$

donde P es la cantidad de pulsos de encoder por cada revolución, y G es el factor de reducción entre el eje del motor y el de la rueda.

Luego, la pose del robot $(x, y, \theta)_{k+1}$ en el intervalo $k+1$ se calcula de forma incremental a partir del intervalo anterior k :

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta\theta, \quad (\text{III.2})$$

$$x_{k+1} = x_k + d_{k+1} \cdot \cos(\theta_{k+1}) \quad (\text{III.3})$$

$$y_{k+1} = y_k + d_{k+1} \cdot \sin(\theta_{k+1}) \quad (\text{III.4})$$

El modelo supone que el desplazamiento de las ruedas es directamente traducible al desplazamiento real del robot. Sin embargo, en la práctica esto no es necesariamente cierto, debido a la presencia de distintos tipos de errores, tales como

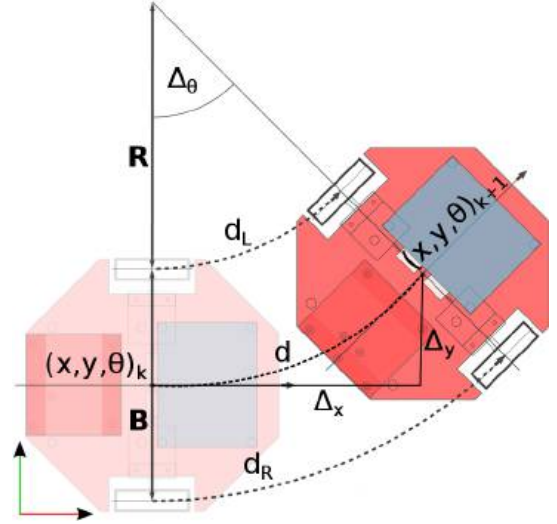


Figura III.1. Modelo de movimiento simple para vehículo de tracción diferencial

ruedas desiguales, errores en la estimación de las medidas, u otros producto de la interacción con el ambiente, como deslizamiento de las ruedas o irregularidades en el terreno. Es por esta razón, que se genera un error acumulativo no acotado, debido a la estimación incremental de la pose.

III-B. Filtro Complementario

Sean y_{x_1}, y_{x_2} dos señales de la variable x , tal que

$$\begin{aligned} y_{x_1} &= x + \mu_x \\ y_{x_2} &= x + b_0 \end{aligned}$$

donde μ_x es ruido de alta frecuencia y b_0 es una perturbación dominada por contenido de baja frecuencia. Sean $L(s)$ y $H(s)$ filtros pasa-bajo y pasa-alto respectivamente, donde s es la transformada de Laplace de la señal, respecto de una misma frecuencia de corte f_0 , de tal manera que $L(s) + H(s) = 1$. Luego, teóricamente, se desprende que

$$L(s)x + H(s)x = x$$

En particular también sucede que si se aplican los filtros sobre las señales mencionadas se obtiene

$$\begin{aligned} L(s)y_{x_1} &\approx L(s)x \\ H(s)y_{x_2} &\approx H(s)x \end{aligned}$$

Luego se puede asumir que

$$L(s)y_{x_1} + H(s)y_{x_2} \approx x$$

IV. MÉTODO PROPUESTO

El método de localización propuesto consiste en el reemplazo de la orientación estimada en el modelo de odometría (ecuación III.2), por una estimación más robusta utilizando sensores MARG. Este sistema provee información de orientación respecto de un marco no inercial de referencia W ,

asociado a la tierra, donde $\mathbf{W}_Z = -\hat{\mathbf{g}}$ es el vector normal a la superficie terrestre y $\mathbf{W}_X = \hat{\mathbf{n}}$ apunta al Norte magnético. La información redundante es fusionada para garantizar una estimación robusta que compensa activamente los errores característicos de cada tipo de sensor.

Por otro lado, se estima la distancia recorrida a partir del cálculo correspondiente de odometría utilizando la información proporcionada por la rotación de los ejes de las ruedas del robot. La orientación obtenida a través de este método resulta tan imprecisa y propensa a errores, que directamente es descartada.

En la figura IV.1 se presenta un esquema que muestra como interactúan los distintos elementos del método para calcular tanto la orientación θ como la posición (x, y) .

Para obtener una orientación y posición fiables, se debe realizar un proceso de calibración de todos los sensores para eliminar los ruidos en las señales. A continuación, se presentan los modelos utilizados para cada sensor y sus correspondientes métodos de calibración.

IV-A. Modelo de Acelerómetro

El acelerómetro es un sensor que mide la diferencia entre la aceleración lineal instantánea ${}^S\mathbf{a}^*$ y el valor local del campo gravitatorio ${}^S\mathbf{g}_0^*$, asociados al peso experimentado por una masa que se encuentra dentro del mismo, y por lo tanto en el marco de referencia del sensor (S). Así, un modelo simple para un acelerómetro de tres ejes, es el siguiente:

$${}^S\mathbf{a} = ({}^S\mathbf{a}^* - {}^S\mathbf{g}^*) + \mathbf{b}_a + \mu_a \quad (\text{IV.1})$$

donde μ_a es el ruido instantáneo de la medición y \mathbf{b}_a un desvío constante (*bias*) de los valores.

El desvío \mathbf{b}_a es medido experimentalmente analizando los valores de ${}^S\mathbf{a}$ para el sensor en reposo en diversas posiciones.

IV-B. Modelo de Giróscopo

El giróscopo es un sensor que mide la velocidad angular del sistema sobre el cuál se encuentra montado, respecto de un marco de referencia inercial W en el espacio \mathbb{R}^3 . Ésta información se puede integrar en el tiempo para obtener a cada instante la orientación del dispositivo. Utilizaremos el siguiente modelo para describir la velocidad angular ${}^W\boldsymbol{\Omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]$ medida por el sensor en un instante de tiempo:

$${}^W\boldsymbol{\Omega} = {}^W\boldsymbol{\Omega}^* + \mathbf{b}_\Omega + \mu_\Omega \quad (\text{IV.2})$$

donde ${}^W\boldsymbol{\Omega}^*$ representa la velocidad angular real del sistema, \mathbf{b}_Ω es un término de desvío constante y μ_Ω es el ruido instantáneo de medición.

El desvío \mathbf{b}_Ω es calibrado tomando muestras del sensor en reposo en diversas posiciones, y analizando la diferencia respecto del valor esperado (cero).

IV-C. Modelo de Magnetómetro

El magnetómetro es un sensor que mide la fuerza del campo magnético local sobre un eje del dispositivo, que consiste en la superposición del campo magnético de la tierra y aquellos

creados por elementos ferromagnéticos o corrientes eléctricas cercanas, denominadas distorsiones del campo magnético terrestre. Estas distorsiones se pueden separar en dos categorías: *Hard Iron* y *Soft Iron*.

Las distorsiones *Hard Iron* se deben a la presencia de objetos ferromagnéticos permanentemente magnetizados, que producen un campo magnético propio y, a veces, hasta lo inducen en componentes ferromagnéticos no magnetizados cercanos. Generan una desviación constante del campo magnético medido, que puede ser modelado como un desvío ${}^S\mathbf{b}_m$.

Las interferencias *Soft Iron* en cambio, se deben a la inducción temporal de un campo magnético en componentes ferromagnéticos normalmente no magnetizados (*soft irons*, por ejemplo níquel y hierro), por parte del campo geomagnético. Debido a que estas interferencias dependen de la orientación del magnetómetro, se manifiestan como una deformación elíptica de las muestras en el espacio de coordenadas del magnetómetro.

Así, en un primer paso se busca estimar el elipsoide de muestras y luego se calcula la transformación a una esfera centrada en el origen, con radio igual a la intensidad teórica del campo magnético del lugar. Para ello, una vez centradas las muestras (calibración *Hard Iron*), se deben reescalar las coordenadas de las mismas sobre las direcciones de los ejes principales del elipsoide a través de una matriz de calibración W_m .

Luego los valores obtenidos del magnetómetro se pueden representar con el siguiente modelo:

$${}^S\mathbf{m} = W_m \cdot ({}^S\mathbf{m}^* + {}^S\mathbf{b}_m) + {}^S\mu_m \quad (\text{IV.3})$$

donde ${}^S\mathbf{m}^*$ es el valor real del campo magnético terrestre y ${}^S\mu_m$ es ruido instantáneo de medición.

IV-D. Estimación del cambio angular

El cambio angular se estima a partir de la integración de las muestras del giróscopo en el último intervalo. Suponiendo un sensor correctamente calibrado, si se integra la información obtenida en el intervalo de tiempo discreto $k = [t_1, t_2]$ se obtiene un estimativo del cambio de orientación simultáneo en cada uno de sus ejes:

$$\Delta\theta_k = \int_{t_1}^{t_2} {}^S\boldsymbol{\Omega}^* + \mu_\Omega = \int_{t_1}^{t_2} {}^S\boldsymbol{\Omega}^* + \int_{t_1}^{t_2} \mu_\Omega = \Delta\theta_k^* + \mathbf{b}_k \quad (\text{IV.4})$$

donde asumimos que \mathbf{b}_k es una constante pequeña suponiendo que el intervalo de tiempo es lo suficientemente chico. Luego para el intervalo discreto k , se tiene una estimación θ_k de la orientación respecto de una anterior θ_{k-1} dada por

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \Delta\theta_k^* = \sum_{m=1}^k (\Delta\theta_m^* + \mathbf{b}_m) = \theta_k^* + e_{\theta,k} \quad (\text{IV.5})$$

donde $e_{\theta,k} = \sum_{m=1}^k \mathbf{b}_k$ corresponde al error acumulado por el proceso de actualización incremental.

A partir de un vector Θ que representa rotaciones independientes sobre cada uno de los ejes, se puede calcular

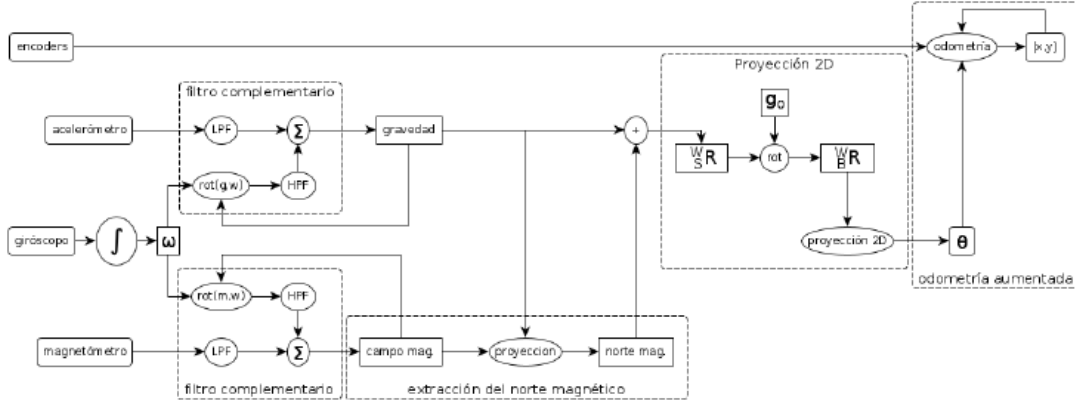


Figura IV.1. Utilizando el acelerómetro y el giróscopo, se estima la dirección del vector gravitatorio terrestre respecto del robot. Luego, mediante el uso del magnetómetro, el giróscopo y la dirección gravitatoria se estima la dirección del Norte magnético. Estos vectores brindan una referencia de orientación respecto del marco terrestre. Utilizando la posición anterior y la distancia recorrida según la odometría es posible estimar la nueva posición.

una rotación R_{Θ} sobre todos los ejes en forma simultánea a partir del método SORA (Simultaneous Orthogonal Rotations Angle) [10], [12] como la rotación de magnitud $\|\Theta\|$ alrededor del eje $e = \frac{\Theta}{\|\Theta\|}$.

IV-E. Extracción del vector gravedad

A partir del modelo descrito anteriormente para un acelerómetro (IV.1), es posible estimar la dirección del campo gravitatorio terrestre respecto del marco de referencia del sensor S (fijo al del robot). Para ello será necesario distinguir entre la aceleración lineal y la componente gravitatoria.

Un enfoque interesante consiste en utilizar la información brindada por el giróscopo para diferenciar la eventual presencia de aceleraciones lineales del vector \mathbf{g}^* . Suponiendo que en un momento anterior k se tiene un estimado fiable $\mathbf{g}_k \simeq \mathbf{g}_k^*$, bajo un nuevo conjunto de muestras en el momento $k+1$, \mathbf{g}_k debería haber rotado $\int_{\Delta t} \Omega_{k+1}^* dt$, y teniendo en cuenta que a corto plazo el valor del giróscopo $\Omega \simeq \Omega^*$, podemos computar el nuevo estimador \mathbf{g}_{k+1} utilizando el valor anterior \mathbf{g}_k y rotándolo tanto como resulte de integrar el valor obtenido del giróscopo $\Delta\Theta_{k+1} = \int_{\Delta t} \Omega_{k+1} dt$:

$$\mathbf{g}_{k+1} = \text{rot}(\mathbf{g}_k, \Delta\Theta_{k+1})$$

Sin embargo este método sufre de un error acumulado a largo plazo a causa de la integración en intervalos discretos de la velocidad, que puede ser considerado ruido de baja frecuencia. Si por otro lado se considera que en el sistema no existen aceleraciones lineales por tiempo prolongado, la señal \mathbf{a} arrojada por el acelerómetro es estable a bajas frecuencias. Valiéndose de las naturalezas complementarias de ambas señales analizadas, se pueden compensar entre sí a través de un filtro complementario (III-B):

$$\mathbf{g}_{k+1} = \alpha(-\mathbf{a}_{k+1}) + (1 - \alpha) \text{rot}(\mathbf{g}_k, \Delta\Theta_{k+1}) \quad (IV.6)$$

IV-F. Extracción del norte magnético

La dirección del norte magnético es considerada como la componente de la dirección del campo magnético terrestre

tangencial a la gravedad. Asumiendo un magnetómetro calibrado, y bajo la ausencia de eventuales interferencias externas, el modelo de la señal obtenida tiene la forma

$$\text{mag} = \mathbf{m}^* + \mu_m \quad (IV.7)$$

donde \mathbf{m}^* corresponde al campo magnético terrestre y μ_m es ruido. Como el ruido no suele ser despreciable, nuevamente se puede aplicar un filtro complementario a partir de la información obtenida del magnetómetro y la del giróscopo, análogamente al caso de extracción del vector gravedad

$$\mathbf{m}_{k+1} = \alpha(-\text{mag}_{k+1}) + (1 - \alpha) \text{rot}(\mathbf{m}_k, \Delta\Theta_{k+1}) \quad (IV.8)$$

Una vez calculado el vector de campo magnético \mathbf{m} , se procede a extraer el norte \mathbf{n} , proyectando al primero sobre el plano cuya normal es \mathbf{g} (es decir, el piso):

$$\mathbf{n} = \mathbf{m} - \mathbf{g}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{g}) \quad (IV.9)$$

V. RESULTADOS

En esta sección se presentan resultados obtenidos por el método de localización propuesto. Es comparado con el método basado únicamente en odometría y un sistema de referencia *Ground Truth* (*WhyCon* [4]). Los experimentos fueron realizados con el robot móvil *ExaBot* (figura V.1) [8] sobre el cuál fue montado una unidad de medición inercial *GY80*, compuesta de acelerómetro, giróscopo y magnetómetro, junto con una unidad de cómputo *RaspberryPI*.

Se muestran los resultados de cuatro experimentos que fueron diseñados con el fin de validar ciertas características de los métodos: rotar en el lugar, para analizar los estimadores de orientación, moverse en línea recta y trazar un cuadrado, para analizar el desvío al realizar odometría, y realizar una trayectoria en forma de ocho, para analizar un movimiento más complejo.

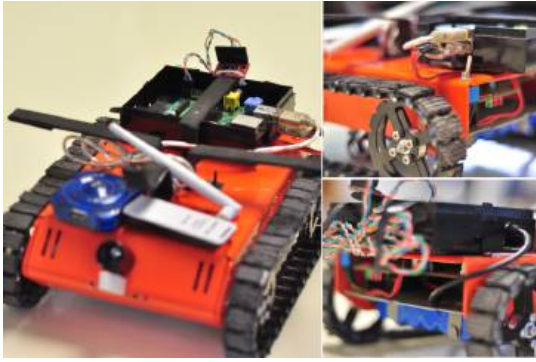


Figura V.1. Robot ExaBot con RaspberryPI y unidad inercial.

V-1. Rotación sobre el eje: En este experimento se busca estimar el error en la estimación de la orientación para cada método. Para ello se toma como referencia el *Ground Truth*. El método propuesto se desempeña a la par de los de Mahony y Madgwick, aunque presenta un comportamiento oscilatorio. En la figura V.3 se aprecia que el desvío del método respecto del ground truth depende de la orientación del robot, y genera una deformación elíptica de las muestras, lo cual se puede atribuir a una calibración insuficiente del magnetómetro.

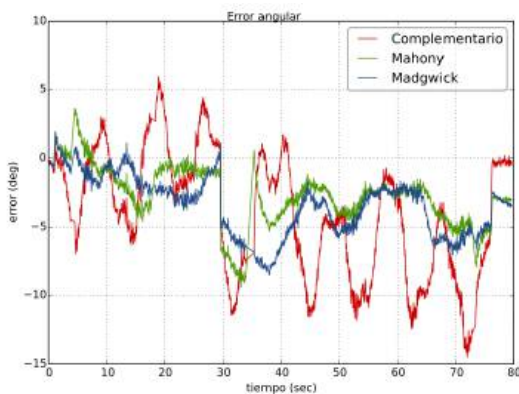


Figura V.2. Error angular en función del tiempo

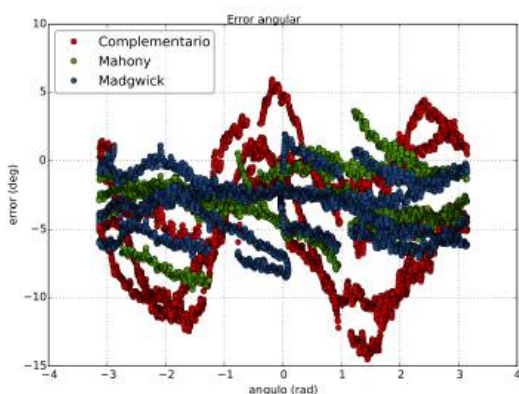


Figura V.3. Error angular en función de la orientación

V-2. Movimiento rectilíneo: En este experimento, se le indica al robot moverse en línea recta primero hacia adelante

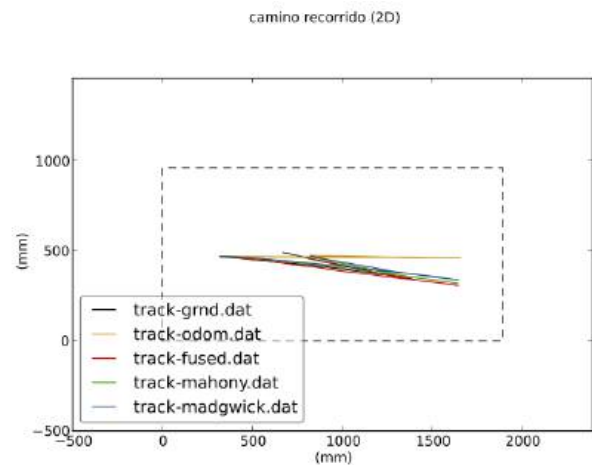


Figura V.4. Trayectoria obtenida con cada método

y luego hacia atrás, aplicando el mismo comando a cada motor. Este experimento resulta muy útil para evidenciar cómo las características del terreno hacen que las orugas del robot deslicen independientemente, provocando pequeños desvíos en la trayectoria deseada. Dado que ambos motores se mueven de la misma manera, la odometría asume que el vehículo se mueve en línea recta. En la figura V.4 se aprecia la diferencia entre el percibido por la odometría (naranja), y la trayectoria curva estimada por los otros métodos. Algo análogo sucede en el primer experimento, donde podemos observar cómo la odometría subestima el giro realizado.

V-3. Movimiento rectangular: En este experimento se puede apreciar el efecto de un error en la orientación sobre la posición estimada. En el caso de la odometría esto es particularmente evidente, donde el error angular crece en forma proporcional a la distancia recorrida. El resultado final de estas sobreestimaciones se manifiesta en una estimación incorrecta de la posición, como se ve en la figura V.5.

Por otro lado, se puede ver que el método de localización propuesto, al mejorar la estimación de la orientación, reduce significativamente el error en la posición, y casi totalmente el error de la orientación. Con este resultado se verifica la hipótesis original del presente trabajo.

V-4. Ocho: En este experimento se presenta una trayectoria menos estructurada, combinando movimientos rectilíneos y giros. Se aprecia el perfeccionamiento de la estimación de posición a partir de integrar un mejor estimador de rumbo en la odometría.

Nuevamente es posible visualizar cómo en ciertos casos usar un filtro complementario, en vez de filtros más elaborados como los de Mahony y Madgwick, resulta en estimaciones más cercanas al *Ground Truth*, y en otros casos exactamente lo contrario, aunque el módulo de la diferencia sea similar en ambos, por lo tanto parecen tener un desempeño similar.

VI. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo, se implementó un método de localización basado en odometría, aumentada a partir de un observador de

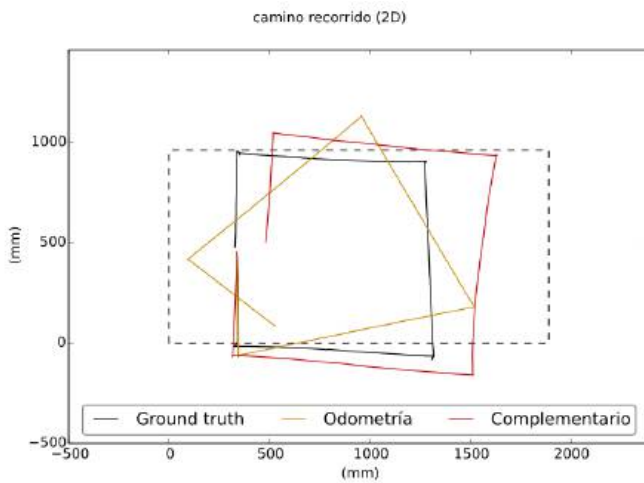


Figura V.5. Trayectoria rectangular estimada por cada método

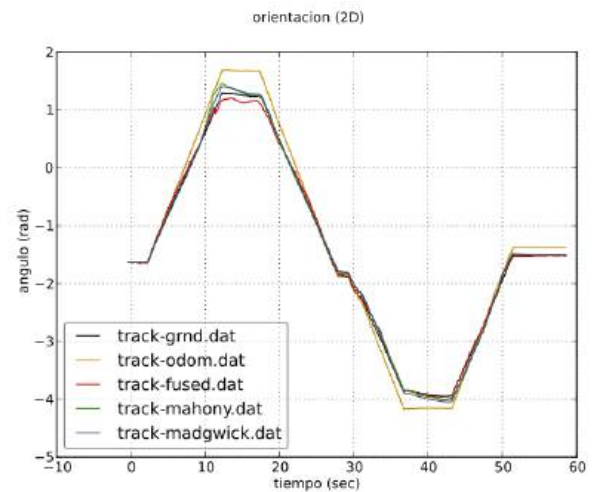


Figura V.7. Orientación estimada por cada método al trazar un «ocho»

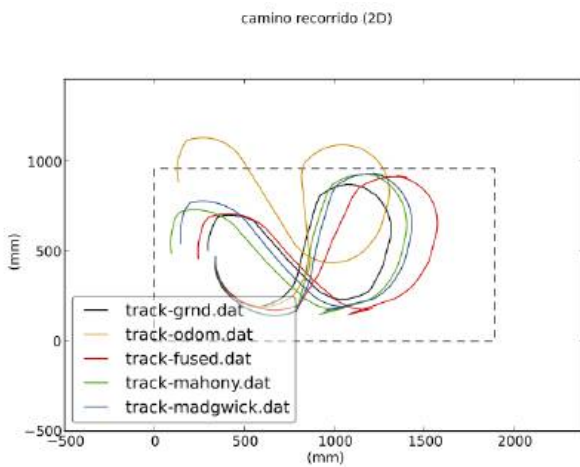


Figura V.6. Camino recorrido estimado por cada método

orientación robusto que utiliza sensores MARG y filtros complementarios. Se realizaron experimentos sobre una plataforma real, notando una mejora significativa en las estimaciones de orientación, y por lo tanto también de posición, respecto del método clásico basado únicamente odometría. Se utilizó un filtro complementario para realizar la fusión de sensores inerciales, y su desempeño está a la par de filtros más complejos como aquellos desarrollados por Mahony [6] y Madgwick [5].

Tras analizar los resultados obtenidos, se pueden identificar diversos aspectos a ser mejorados en el futuro, así como trabajos que se desprenden del mismo.

En primer lugar, puede ser valioso comparar los métodos de fusión analizados con el Filtro de Kalman, ampliamente utilizado en la robótica móvil para fusión de sensorado.

Otra extensión interesante, es incorporar nuevos métodos de sensorado para mejorar la robustez de la posición, que aún está basada en estima. Un ejemplo es extender la técnica de VisualSLAM (Visual Simultaneous Localization and Mapping) [3] con el objetivo de facilitar la búsqueda de correspondencias, cuyo costo computacional elevado suele ser uno de los

factores más limitantes para aplicarla.

Por último, si bien el método propuesto fue pensado para el caso de robots terrestres, dado que el estimador de orientación funciona para el caso general de tres dimensiones, puede ser aplicado sin mayores cambios a plataformas tales como robots aéreos.

REFERENCIAS

- [1] Johann Borenstein, H R Everett, and Liqiang Feng. *Where am I? Sensors and methods for mobile robot positioning*, volume 119. 1996.
- [2] RE Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(Series D):35–45, 1960.
- [3] N. Karlsson, E. Di Bernardo, J. Ostrowski, L. Goncalves, P. Pirjanian, and M.E. Munich. The vslam algorithm for robust localization and mapping. In *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on*, pages 24–29, April 2005.
- [4] T. Krajník and M. Nitsche. External Localization System for Mobile Robotics. In *Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Advanced Robotics*, Montevideo, 2013. IEEE. to appear on Nov 2013.
- [5] S Madgwick. *An efficient orientation filter for inertial/magnetic sensor arrays*. PhD thesis, Bristol University, 2010.
- [6] R. Mahony, T. Hamel, and J.-M. Pflimlin. Complementary filter design on the special orthogonal group SO(3). *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, (1):1477–1484, 2005.
- [7] S.S. Osder, Rouse W.E., and Young L.S. Navigation guidance and control systems for V/STOL aircraft. *Sperry Tech.*, 1(3), 1973.
- [8] Sol Pedre, Matías Nitsche, Facundo Pessag, Javier Caccavelli, and Pablo De Cristóforis. Design of a multi-purpose low-cost mobile robot for research and education. In *15th Towards Autonomous Robotic Systems (TAROS)*, Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2014.
- [9] J.M. Roberts, P.I. Corke, and G. Buskey. Low-cost flight control system for a small autonomous helicopter. *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*, 1:546–551.
- [10] Sara Stančin and Sašo Tomažič. Angle estimation of simultaneous orthogonal rotations from 3D gyroscope measurements. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 11(9):8536–49, January 2011.
- [11] Sebastian Thrun, Wolfram Burgard, and Dieter Fox. *Probabilistic Robotics (Intelligent Robotics and Autonomous Agents series)*. Intelligent robotics and autonomous agents. The MIT Press, August 2005.
- [12] S Tomažič and S Stančin. Simultaneous orthogonal rotation angle. *Electrotech. Rev.*, 78:7–11, 2011.
- [13] Liang Xue, Weizheng Yuan, Honglong Chang, and Chengyu Jiang. Mems-based multi-sensor integrated attitude estimation technology for mav applications. In *Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, 2009. NEMS 2009. 4th IEEE International Conference on*, pages 1031–1035, Jan 2009.