

# Formación de Vehículos Aéreos: Resultados experimentales

Claudio Rosales and Paulo Leica  
Instituto de Automática  
Universidad Nacional de San Juan  
San Juan, Argentina  
Email: {crosales,pleica}@inaut.unsj.edu.ar

Mário Sarcinelli Filho  
Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Vitória - ES, Brasil  
Email: mario.sarcinelli@ufes.br

Gustavo Scaglia and Ricardo Carelli  
Instituto de Automática  
Universidad Nacional de San Juan  
San Juan, Argentina  
Email: {gscaglia,rcarelli}@inaut.unsj.edu.ar

**Abstract**—Se presenta un nuevo algoritmo para el control de una formación en el espacio, basado en múltiples objetivos de control. La estrategia incluye el uso del Espacio Nulo de una Matriz Jacobiana para alcanzar los diferentes objetivos de control. La misión es descompuesta en tareas elementales y, para cada una de ellas, se generan comandos de referencia para los robots. Los diferentes comandos obtenidos correspondientes a las tareas son combinadas a través de un método jerárquico utilizando la proyección en el Espacio Nulo para cumplir múltiples tareas. El sistema propuesto es de fácil escalabilidad. Finalmente, el análisis de estabilidad del sistema propuesto es realizado y se presenta experimentaciones reales del sistema de control propuesto.

## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el control de formación de vehículos aéreos se ha convertido en un área de gran interés dentro de la comunidad científica. La motivación principal del control de una formación es poder cumplir una tarea por varios vehículos autónomos (terrestres, aéreos o acuáticos) de capacidad reducida, que individualmente nunca podrían. Dentro de las ventajas que presentan se pueden mencionar la reducción de costos, mayor robustez, mejor desempeño y eficiencia [1].

Una formación aérea puede definirse como un conjunto de más de un vehículo aéreo que vuelan juntos y cuyas dinámicas están acopladas a través de una ley de control común. Este acople puede ser en términos de libertad traslacional y/o rotacional, posición y velocidad [2].

Básicamente existen tres estructuras en la literatura para el control de sistemas multi-robot: Líder-Seguidor, métodos basados en comportamiento y estructura virtual, cada uno con sus respectivas ventajas y desventajas. En las estructuras Líder-Seguidor, un agente se lo considera como el Líder y los demás son considerados como seguidores. En este enfoque, solo el seguidor tiene información del Líder, por lo tanto si este tiene algún tipo de falla no hay mecanismo para asegurar el cumplimiento del objetivo de control. Sin embargo, esta estructura es fácil de entender y de implementar. En los métodos basados en comportamientos, el comportamiento del grupo se define como la combinación de comportamientos individuales de los miembros. El mayor problema con este enfoque es su formalización matemática, y por lo tanto no es fácil asegurar la convergencia de la formación a los valores de referencia. En estructuras virtuales, se designa una relación geométrica rígida entre los robots y el sistema de referencia,

que puede ser un punto virtual o un agente virtual. Una ventaja de este método es que este líder virtual nunca falla. Por lo tanto, la formación se mantendrá durante la ejecución de la tarea.

En [3] se presenta un esquema basado en estructura virtual denominado *cluster space control*. El control de posición de la formación se realiza considerando el centroide de la estructura geométrica (un triángulo) correspondiente a una formación de tres robots en el plano.

Las aplicaciones en las que se utilizan en la actualidad requieren un gran procesamiento de datos en tiempo real, mientras se cumplen varias tareas como la manipulación, exploración, evasión de obstáculos, etc. Esto significa que diferentes objetivos de control han de ser alcanzados al mismo tiempo, algunas veces esto puede causar conflicto de intereses entre ellos y se debe asignar un orden de prioridad. En [4] se presentan varios esquemas de control que descomponen el problema de control en varios sub-problemas, eventualmente resueltos de manera individual. Uno de estos esquemas es el control basado en espacio nulo, donde el objetivo primario y de mayor importancia se lo considera como la solución de mínima norma obtenida por la matriz pseudo-inversa del Jacobiano asociado al problema y el segundo objetivo se lo proyecta en el espacio nulo de dicho Jacobiano. La mayor ventaja de este esquema de control garantiza el cumplimiento del objetivo de control de mayor jerarquía, mientras los objetivos de menor jerarquía se los proyectan en el espacio nulo de manera de no generar conflicto con el objetivo primario [5].

En este trabajo se presenta un controlador centralizado de posición y seguimiento de trayectoria para una formación 3D de vehículos aéreos, que está basado en el espacio nulo. La división de los objetivos de control se realiza de manera tal que se divide entre el control de la posición del sistema y la forma de la misma, permitiendo obtener formaciones de tipo flexibles o rígidas modificando solo el orden de los objetivos de control.

## II. PLANTEO DEL PROBLEMA

### A. Control Basado en el Espacio Nulo

Normalmente una misión involucra uno o varios robots que deben cumplir un número de tareas al mismo tiempo. Un enfoque común es resolver cada una de forma individual, y

finalmente combinar las salidas de cada tarea y generar los comandos para los robots. El control basado en espacio nulo se deriva de la solución de cinemática inversa de los manipuladores industriales. Un sistema redundante, tiene infinitas soluciones para un mismo objetivo, y de esta manera es posible introducir objetivos de control secundarios en el espacio nulo.

Se definen  $q \in \mathfrak{R}^m$  como el conjunto de variables a controlarse, y  $x \in \mathfrak{R}^n$  como las variables que representan las posiciones de los vehículos aéreos. Para una formación de 3 vehículos aéreos  $n = 9$ . La relación entre ambos está dado por

$$q = f_{(x)}, \quad (1)$$

con su correspondiente relación diferencial,

$$\dot{q} = \frac{\partial f_{(x)}}{\partial x} \dot{x} = J_{(x)} \dot{x}, \quad (2)$$

donde  $J_{(x)} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  es la matriz Jacobiana asociada a la tarea, que relaciona las velocidades de los robots con las velocidades de las tareas. Una forma efectiva de generar una referencia de movimiento para cada robot ( $x_d(t)$ ) de un valor deseado de variables de la tarea ( $q_d(t)$ ), es invirtiendo la relación cinemática (2). Un requerimiento típico es encontrar la solución de mínima norma, que se obtiene mediante la solución de mínimos cuadrados

$$\dot{x}_d = J^\dagger \dot{q}_d = J^T (JJ^T)^{-1} \dot{q}_d, \quad (3)$$

donde  $J^\dagger$  es la matriz pseudo-inversa del Jacobiano. Las referencias de posición pueden obtenerse integrando  $\dot{x}_d$  en (3) y utilizando el algoritmo de cinemática inversa de lazo cerrado.

$$\dot{x}_d = J^\dagger (\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}), \quad (4)$$

$\lambda$  es una matriz diagonal de ganancias positivas que sirve para ajustar la respuesta, y  $\tilde{q} = q_d - q$  es el error de la tarea. El problema de competencia entre cada una de las tareas se soluciona proyectando las diferentes velocidades en el espacio nulo creado por la matriz Jacobiana de la tarea de mayor jerarquía. Primero es necesario calcular la velocidad deseada para cada sub-tarea,

$$\dot{x}_{id} = J_i^\dagger (\dot{q}_{id} + \lambda_i \tilde{q}_i), \quad (5)$$

donde  $i$  denota la  $i$ -ésima tarea. El índice puede también indicar la prioridad de cada tarea, de esta manera la tarea 1 es la de mayor prioridad. Cada sub-tarea es resuelta individualmente como si no tuviese relación con alguna otra, para luego se agrega su contribución a la solución general. Las velocidades de las tareas de menor nivel son proyectadas en el espacio nulo de la tarea superior inmediata, de esta forma se remueven las componentes que pueden tener conflictos esta. Por lo tanto, la tarea de mayor jerarquía siempre se cumple, y las de menor se alcanzan si no generan conflicto con la de mayor jerarquía.

Para el caso de dos tareas resulta

$$\dot{x}_d = J_1^\dagger (\dot{q}_1 d + \lambda_1 \tilde{q}_1) + (I - J_1^\dagger J_1) J_2^\dagger (\dot{q}_2 d + \lambda_2 \tilde{q}_2), \quad (6)$$

donde  $I$  representa una matriz identidad de dimensión apropiada.

## B. Cinemática Directa e Inversa

En esta sección se presentan las variables que definen la formación, estas se pueden dividir entre las variables que definen la posición  $P_F = [x_F \ y_F \ z_F]^T$ , las que definen la forma  $S_F = [d_1 \ d_2 \ \beta_F]^T$ , y por ultimo, las variables de orientación de la formación  $O_F = [\phi_F \ \theta_F \ \psi_F]^T$ . Los ángulos de Tait-Bryan definen la orientación del conjunto, estos son tres ángulos utilizados para describir una rotación general en el espacio Euclídeo tridimensional, a través de tres rotaciones sucesivas en torno de ejes del sistema móvil en el cual están definidos. Estos ángulos se los conoce como alabeo o roll  $\phi$ , cabeceo o pitch  $\theta$  y guiñada o yaw  $\psi$ .

En la Fig. 1 se aprecia la transformación cinemática directa, y a continuación se presentan las ecuaciones

$$P_F = \begin{bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \\ \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \\ \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$S_F = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \beta_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \\ \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2} \\ \arccos \frac{r_F^2 + q_F^2 - r_F^2}{2p_F q_F} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

donde  $r_F = \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2}$ . Para las variables de orientación del cluster o formación se requiere definir un sistema de referencia asociado a la formación ( $\{C\}$ ) que depende de los 3 robots que componen el sistema multi-robot, cuyo origen de coordenadas se hace coincidir con el centroide del triángulo. Por definición se adopto que el eje  $^F x$  esta definido en sentido desde el origen de coordenadas del sistema (baricentro o centroide del triángulo) y el robot del conjunto al cual se denomina  $\{R_1\}$ . El eje  $^F z$  es normal al plano que forman los 3 robots, y el eje  $^F y = ^F z \times ^F x$  define la terna de ejes del sistema móvil. Para calcular la pose del sistema móvil con respecto al sistema inercial, necesariamente se debe normalizar cada uno de los ejes de  $\{C\}$ .

$$^F x = h_1 - P_F = [x_1 \ y_1 \ z_1]^T - [x_F \ y_F \ z_F]^T \quad (9)$$

$$^F z = (h_1 - h_2) \times (h_1 - h_3) \quad (10)$$

$$^F y = ^F z \times ^F x \quad (11)$$

Las variables  $h_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ , representa la posición en  $\mathfrak{R}^3$  del robot  $i$ -ésimo ( $i = \{1, 2, 3\}$ ). De [6] es posible encontrar las relaciones necesarias para obtener los ángulos de alabeo o roll ( $\phi_F$ ), cabeceo o pitch ( $\theta_F$ ) y guiñada o yaw ( $\psi_F$ ). La matriz que relaciona ambos sistemas de referencia es la matriz de rotación  ${}^C R$ , cuyas columnas son los ejes del sistema móvil.

$$\phi_F = \arctan \frac{{}^C R_{21}}{{}^C R_{11}} = \arctan \frac{{}^F x_{(y)}}{{}^F x_{(x)}} \quad (12)$$

$$\theta_F = -\arcsin {}^C R_{31} = -\arcsin {}^F x_{(z)} \quad (13)$$

$$\psi_F = \arctan \frac{{}^C R_{32}}{{}^C R_{33}} = \arctan \frac{{}^F z_{(y)}}{{}^F z_{(z)}} \quad (14)$$

La cinemática inversa que permite obtener las posiciones de cada uno de los robots en función de las variables de la

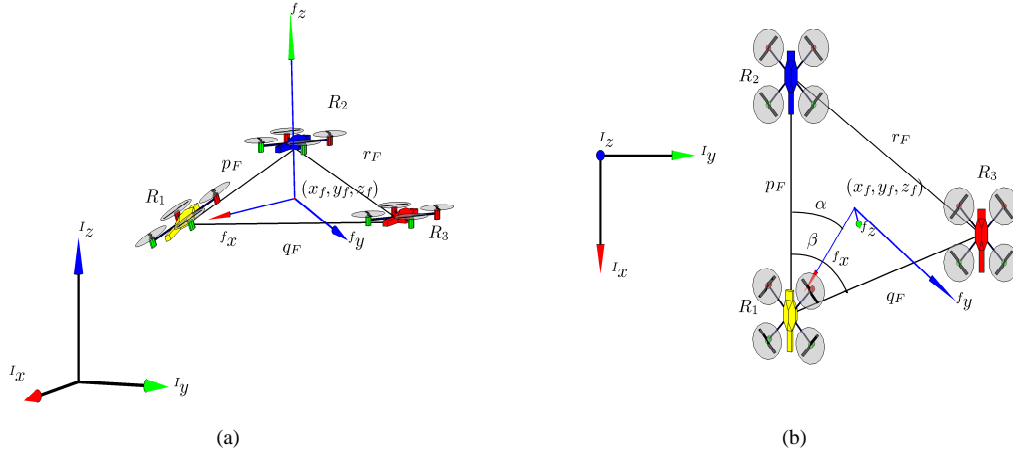


Fig. 1. Variables de la Formación en  $R^3$ . (a) Vista normal de la Formación. (b) Vista superior de la Formación.

formación esta definida por:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_F + \frac{2}{3}h_F c\theta_F c\psi_F \\
 y_1 &= y_F + \frac{2}{3}h_F (s\phi_F s\theta_F c\psi_F - c\phi_F s\psi_F) \\
 z_1 &= z_F - \frac{2}{3}h_F (c\phi_F s\theta_F c\psi_F + s\phi_F s\psi_F) \\
 x_2 &= x_1 - p_F c\theta_F c(\alpha + \psi_F) \\
 y_2 &= y_1 - p_F c\phi_F s(\alpha + \psi_F) - p_F s\phi_F s\theta_F c(\alpha + \psi_F) \\
 z_2 &= z_1 + p_F s\phi_F s(\alpha + \psi_F) + p_F c\phi_F s\theta_F c(\alpha + \psi_F) \\
 x_3 &= x_1 - q_F c\theta_F c(\beta_F - \alpha - \psi_F) \\
 y_3 &= y_1 + q_F c\phi_F s(\beta_F - \alpha - \psi_F) - q_F s\phi_F s\theta_F c(\beta_F - \alpha - \psi_F) \\
 z_3 &= z_1 - q_F s\phi_F s(\beta_F - \alpha - \psi_F) + q_F c\phi_F s\theta_F c(\beta_F - \alpha - \psi_F),
 \end{aligned} \tag{15}$$

$c(\cdot)$  y  $s(\cdot)$  representan  $\cos(\cdot)$  y  $\sin(\cdot)$ , y  $h_F = \sqrt{\frac{1}{2}(p_F^2 + q_F^2 - \frac{1}{2}r_F^2)}$  es la distancia entre  $R_1$  y el punto central del segmento  $\overline{R_2R_3}$  pasando a través del punto  $(x_F, y_F, z_F)$ , y  $\alpha = \arccos \frac{p_F^2 + h_F^2 - \frac{1}{4}r_F^2}{2p_F h_F}$ . Para el caso particular de una formación planar donde  $\phi_f = 0$  y  $\theta_f = 0$ , (15) es igual a las variables de formación presentadas en [3]. Derivando respecto al tiempo las relaciones cinemáticas directas (7), (8), (12) e inversa (15) es posible obtener las relaciones entre las velocidades de  $x$  y  $q$ , representado por la matriz Jacobiana, que esta dada por  $\dot{q} = J_{(x)}\dot{x}$  en sentido directo, y  $\dot{x} = J_{(x)}^{-1}\dot{q}$  en sentido inverso, donde

$$J_{(x)} = \frac{\partial q_{nx1}}{\partial x_{mx1}} \text{ y } J_{(q)}^{-1} = \frac{\partial x_{mx1}}{\partial q_{nx1}} \tag{16}$$

para  $m, n = 1, 2, \dots, 9$ .

### III. CONTROLADOR DE LA FORMACIÓN

Dentro de la estructura de la ley de control propuesta, se define a la tarea 1 que esta asociada al control de la forma y orientación de la formación. La tarea 2 está asociada al control de la posición del centroide de la formación, que puede moverse para cumplir tareas de posicionamiento o seguimiento de trayectoria, dependiendo de como resolvamos la tarea 2, es

posible modificar la posición de la formación sin modificar su forma.

#### A. Control de Forma y Orientación

El controlador de forma y orientación propuesto define la forma geométrica y orientación de la formación. El objetivo es generar una formación rígida, por lo que la tarea de mayor prioridad es el control de estas variables. La variables de forma y orientación son analizadas, y la matriz Jacobiana (16) es dividida en las columnas que relacionan las velocidades de la formación de las variables requeridas (forma y orientación) con las velocidades de cada robot

$$\dot{q}_1 = J_1 \dot{x}, \tag{17}$$

donde  $q_1 = [p_F \ q_F \ \beta_F \ \phi_F \ \theta_F \ \psi_F]$  y

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_F}{\partial x_1} & \frac{\partial p_F}{\partial y_1} & \frac{\partial p_F}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial p_F}{\partial x_3} & \frac{\partial p_F}{\partial y_3} & \frac{\partial p_F}{\partial z_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \psi_F}{\partial x_1} & \frac{\partial \psi_F}{\partial y_1} & \frac{\partial \psi_F}{\partial z_1} & \dots & \frac{\partial \psi_F}{\partial x_3} & \frac{\partial \psi_F}{\partial y_3} & \frac{\partial \psi_F}{\partial z_3} \end{bmatrix}.$$

Para cumplir este requerimiento, se propone el siguiente controlador

$$\dot{x}_d = J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + \lambda_1 \tilde{q}_1), \tag{18}$$

donde  $\lambda_1$  es una matriz diagonal positiva, que sirve para ajustar la respuesta del sistema. Las variables  $\dot{q}_{1d}$  representan las variaciones temporales deseadas de las variables de forma y orientación,  $\tilde{q}_1$  son los errores de control de forma y orientación, finalmente  $\dot{x}_d$  es la velocidad deseada para cada robot.

#### B. Control del Centroide

Este controlador tiene el objetivo de controlar la posición del centroide de la formación hacia su referencia de posición o trayectoria. Las restantes 3 filas de la matriz (16) no incluidas en  $J_1$ , relacionan las variaciones temporales de la posición del centroide con las velocidades de cada robot

$$\dot{q}_2 = J_2 \dot{x}, \tag{19}$$

donde  $q_2 = [x_F \ y_F \ z_F]$ . El controlador propuesto para control de trayectoria y posicionamiento del centroide de la formación es,

$$\dot{x}_d = J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + \lambda_2 \tilde{q}_2), \quad (20)$$

donde  $\lambda_2$  es una matriz diagonal de ganancias positivas, que se utiliza como ganancia para ajustar la respuesta del controlador. Las variables  $\dot{q}_{2d}$  representan las velocidades del centroide de la formación,  $\tilde{q}_2$  son los errores de control, y  $\dot{x}_d$  son las velocidades deseadas para cada robot.

### C. Control de la Formación

Una vez que las tareas fueron resueltas independientemente, es necesario combinarlas utilizando el espacio nulo para evitar conflictos entre las soluciones de ambas tareas. Como se mencionó anteriormente, el objetivo de mayor jerarquía es el control de la forma y orientación de la formación. De este modo, la solución de esta tarea se proyectará en el espacio fila de la matriz Jacobiana, mientras que el control de la posición del centroide de la formación se proyectará en el espacio nulo. Analizando la característica del sistema, es posible adoptar cualquier forma y orientación en cualquier punto del espacio. Por lo tanto, las dos tareas desde el punto de vista práctico no tienen conflictos entre sí. El controlador de la formación completo resulta,

$$\dot{x}_d = J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + \lambda_1 \tilde{q}_1) + (I - J_1^\dagger J_1) J_2^\dagger (\dot{q}_{2d} + \lambda_2 \tilde{q}_2) \quad (21)$$

### D. Análisis de Estabilidad

Antes de comenzar el análisis de estabilidad, es necesario enumerar algunas propiedades de los subespacios asociados a una matriz. Para cualquier matriz  $A \in R^{m \times n}$ , el espacio nulo y fila son sub-espacios ortogonales de  $R^m$ . Lo mismo sucede para el espacio nulo izquierdo y el espacio columna que son sub-espacios ortogonales de  $R^n$ .

El primer paso consiste en analizar el objetivo primario, y garantizar que el objetivo secundario no lo afecta. Multiplicando ambos miembros de (21) por  $J_1$ , que se supone de rango completo, y observando que  $J_1(I - J_1^\dagger J_1) = 0$ , entonces

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_{1d} + \lambda_1 \tilde{q}_1, \quad (22)$$

se puede reescribir como

$$\dot{\tilde{q}}_1 + \lambda_1 \tilde{q}_1 = 0, \quad (23)$$

donde  $\dot{\tilde{q}}_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_{1d}$  y  $\lambda_1$  es una matriz diagonal de ganancias positivas, por lo tanto  $\tilde{q}_1 \rightarrow 0$  con  $t \rightarrow \infty$ . Analizando la tarea 2, multiplicando ambos miembros de (21) por  $J_2$  [7] resulta

$$\dot{q}_2 = J_2 J_1^\dagger (\dot{q}_{1d} + \lambda_1 \tilde{q}_1) + \dot{q}_{2d} + \lambda_2 \tilde{q}_2, \quad (24)$$

En [8] se analiza una importante propiedad de las matrices Jacobianas cuando ambas tareas no son conflictivas entre sí (donde es posible cumplir ambas tareas de forma completa y simultánea),

$$J_2 J_1^\dagger = 0, \quad (25)$$

Substituyendo (25) en (24) se obtiene

$$\dot{\tilde{q}}_2 + \lambda_2 \tilde{q}_2 = 0, \quad (26)$$

donde  $\dot{\tilde{q}}_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_{2d}$  y  $\lambda_2$  es una matriz diagonal de ganancias positivas. Por lo tanto  $\tilde{q}_2 \rightarrow 0$  con  $t \rightarrow \infty$ .



Fig. 2. Ar.Drone en su versión 2.0 y sus correspondientes sistemas de referencia móvil asociado al helicóptero  $\{b\}$ , y el sistema de referencia inercial  $\{w\}$ .

## IV. MODELADO Y CONTROL DE UN QUADROTOR

El modelo dinámico utilizado en el presente trabajo está desarrollado con gran claridad en [9], y está basado en las ecuaciones de Euler-Lagrange. Este método para obtener el modelo dinámico, tiene la característica que la estructura del modelo sea similar a la de un manipulador robótico.

Por último, el controlador que se utilizó durante las experimentaciones fue presentado en [10], y presenta la característica principal de estar basado en álgebra lineal y métodos numéricos, lo cual lo hace de fácil implementación y de requerir baja carga computacional.

## V. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El esquema presentado en la sección III fue implementado, a fin de comprobar mediante resultados experimentales su desempeño. Como planta se escogió el quadrotor comercial Ar.Drone 2.0 de la empresa Parrot Inc, en la Fig 2 se aprecia con sus respectivos sistemas de referencias asociados. Este vehículo autónomo es comercializado como un juguete tecnológico, originalmente diseñado para ser controlado mediante smartphones o tablets vía Wi-Fi. La ventaja que presenta frente a otras alternativas, es su precio (alrededor de USD 300) y la posibilidad de conseguir fácilmente los repuestos para mantenerlo operativo [11].

La estructura del esquema de control implementado se puede observar en la figura 3, donde se distingue entre dos niveles de control. El primero es el control de formación propuesto, el cual a partir del controlador presentado en la sección III, de las variables de formación deseadas y las posiciones de los 3 robots, se generan las referencias para cada uno de los vehículos aéreos. En el segundo nivel de control, cada aeronave tiene asociado un control dinámico de posicionamiento y trayectoria presentado en [10], cuyo objetivo es forzar a que cada helicóptero siga la trayectoria de referencia obtenida en el control de formación.

En la figura 4 se aprecia al sistema multi-robot en plena tarea de formación.

El experimento se llevo a cabo dentro de una sala de dimensiones reducidas, lo cual impidió que el tiempo de experimentación sea mayor. Las variables de referencia para la formación pueden observarse en la tabla V

En la figure 5 se aprecia la evolución de cada una de las variables que determinan la posición del centroide de la

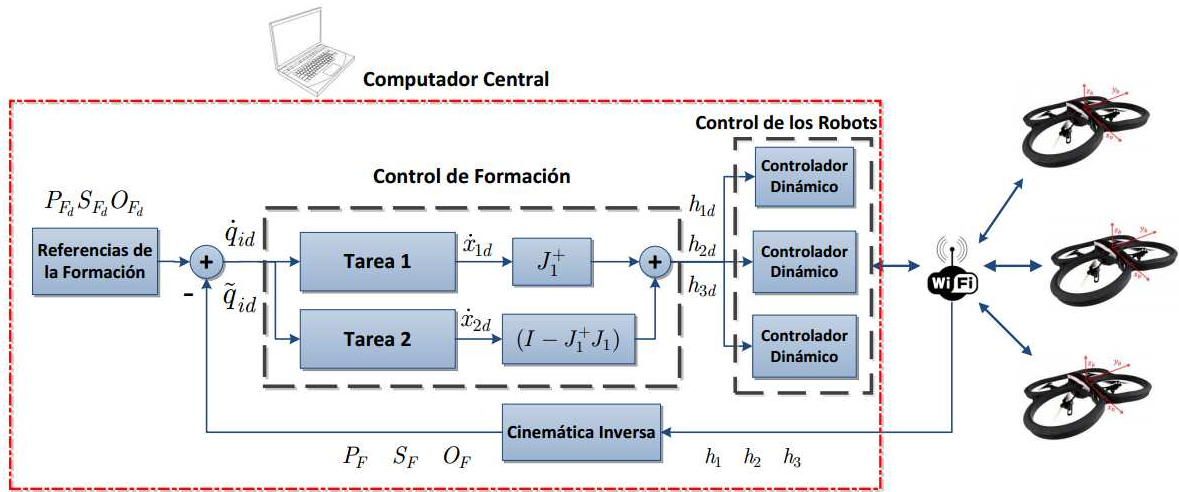


Fig. 3. Estructura general del controlador de formación experimentado en este trabajo.

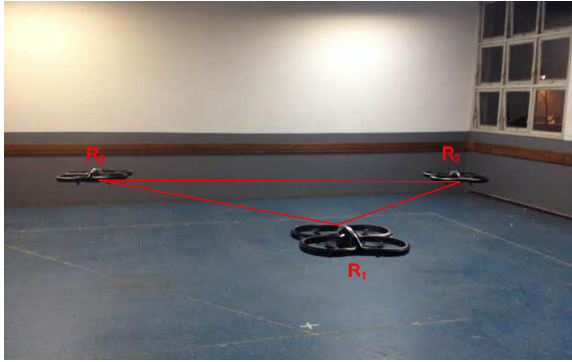


Fig. 4. Los 3 Ar.Drones en plena misión de formación.

Variable Formación	0-30[sec]
$x_F$	$\frac{t}{15} * t$ [m]
$y_F$	$0.5 * \sin(\frac{1}{15} * t)$ [m]
$z_F$	1 [m]
$p_F$	3.5 [m]
$q_F$	3.5 [m]
$\beta_F$	$\pi/3$ [rad]
$\phi_F$	0 [rad]
$\theta_F$	0 [rad]
$\psi_F$	0 [rad]

TABLE I. REFERENCIAS DE LAS VARIABLES DE FORMACIÓN.

formación en el espacio 3D. En la figura 6 se observa la evolución de las 3 variables que definen la forma del sistema, y por último en la figura 7 se aprecian las variables de orientación de la formación. En todas las figuras es posible determinar que el sistema real presenta un buen desempeño y sigue las referencias que se indicaron. Para una mejor representación espacial del experimento, en la figura 8 se representa la trayectoria de la formación real y los valores deseados de la misma, de forma clara y concisa se observa como el sistema tiende a las referencias.

En todas las gráficas se aprecia pequeños errores consecuentes de muchas causas, aunque las principales son el desconocimiento de los parámetros reales del modelo dinámico de los helicópteros y de utilizar a la odometría como método

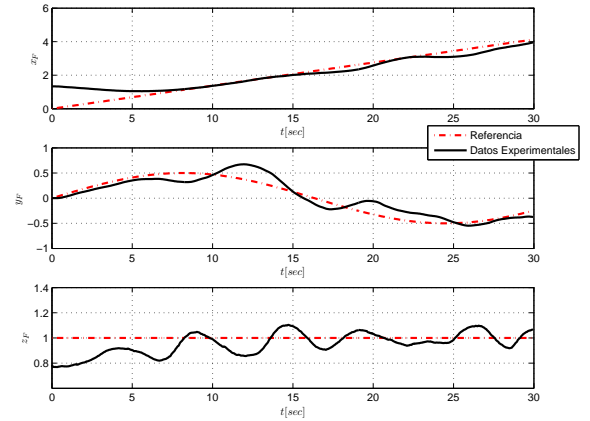


Fig. 5. Evolución de la posición del baricentro de la formación.

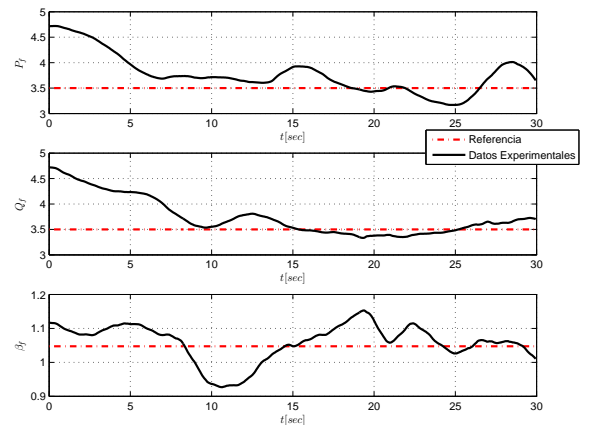


Fig. 6. Evolución de las variables de forma de la formación.

para estimar la posición de cada uno de los robots.

## VI. CONCLUSIONES

Se desarrolló un controlador capaz de trabajar con múltiples objetivos de control utilizando la definición de es-

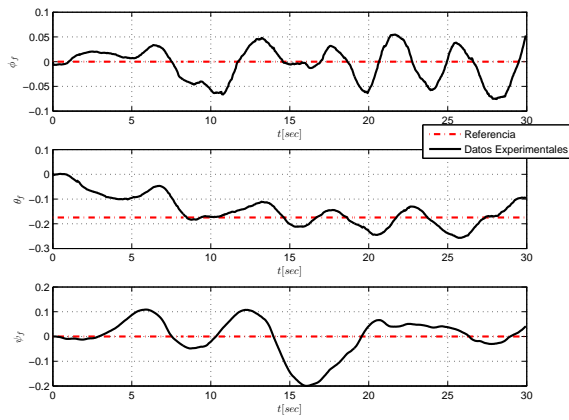


Fig. 7. Evolución de las variables de orientación de la formación.

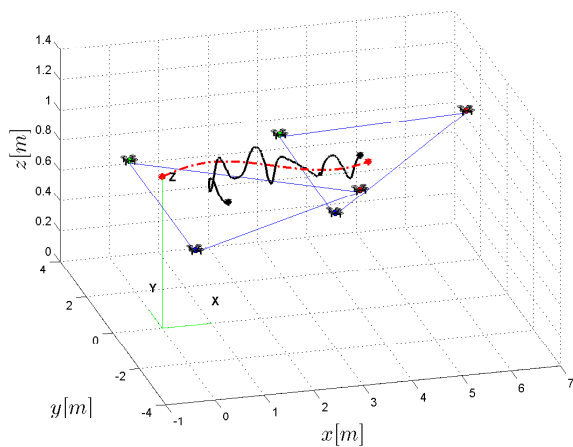


Fig. 8. Evolución de las variables de orientación de la formación.

pacio. Los objetivos de control fueron definidos de manera que se logre el control de la forma y postura de la formación (posición y orientación). Resultados experimentales muestran el buen desempeño del controlador propuesto. Como trabajos futuros se plantea expandir la ley de control a formación con  $n$ - robots e incluir estrategias de evasión de obstáculos.

## REFERENCES

- [1] H. T. G. Pappas and V. Kumar, "Leader-to-formation stability," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 20, no. 3, pp. 443 – 455, June 2004.
- [2] D. Scharf, F. Hadaegh, and S. Ploen, "A survey of spacecraft formation flying guidance and control (part ii): Control," in *American Control Conference*, Boston, Massachusetts, USA, June 30 - July 2 2004, pp. 2976–2985.
- [3] I. Mas, O. Petrovic, and C. Kitts, "Cluster space specification and control of a 3-robot mobile system," in *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'08)*, 2008, pp. 3763–3768.
- [4] G. Antonelli, F. Arrichiello, and S. Chiaverini, "The null-space-based behavioral control for mobile robots," in *IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA)*, 2005, pp. 15–20.
- [5] —, "Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 1173–1182, 2009.

- [6] G. G. Slabaugh, "Computing euler angles from a rotation matrix," Tech. Rep., 1999.
- [7] F. Arrichiello, "Coordination control of multiple mobile robots," Ph.D. dissertation, Cassino University, Cassino, Italy, 2006.
- [8] S. Chiaverini, "Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 13, no. 3, pp. 398 – 410, 1997.
- [9] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. USA: Springer, 2005.
- [10] C. Rosales, D. Gandolfo, G. Scaglia, M. Jordan, and R. Carelli, "Trajectory tracking of a mini four-rotor helicopter in dynamic environments - a linear algebra approach," *Robotica*, vol. FirstView, pp. 1–25, 9 2014.
- [11] L. V. Santana, A. S. Brandao, M. Sarcinelli-Filho, and R. Carelli, "A trajectory tracking and 3d positioning controller for the ar. drone quadrotor," in *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2014 International Conference on*. IEEE, 2014, pp. 756–767.