

Apellido y nombres del alumno:

Corrigió : Revisó:

1		2		3		4		5		CALIFICACIÓN
a	b			a	b	a	b	a	b	

Nota: El examen se aprueba con 3 ejercicios bien resueltos, que deben incluir ítems del Ej. 1 o del Ej. 5

1) Sean los planos: $\pi_1: x - y + z = 4$; $\pi_2: kx + 2y + z = 6$; $k \in \mathbb{R}$

- a) Para $k = 1$, hallar la ecuación de la recta $r: \pi_1 \cap \pi_2$. Graficar ambos planos y la recta como intersección entre ellos.
- b) Hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$, si existen, tales que la distancia de la recta $r_1: \pi_1 \cap \pi_2$ al plano $\pi_3: x + z = 1$ sea $d = 0$

2) Definir una Transformación Lineal $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que la imagen del plano $z = x$ sea la recta $r: (x, y, z) = \alpha(0,1,0)$ y la imagen del eje z sea la recta $r_2: (x, y, z) = \beta(0,0,1)$. Enunciar el Teorema que justifica su resolución. Hallar núcleo e Imagen de la Transformación Lineal y una base de cada uno de ellos. Verificar el Teorema de las dimensiones.

3) Justificar si las siguientes afirmaciones son V o F:

- a) Es posible definir una Transformación Lineal $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tal que:
 $T(1,0,0) = (1,0,0,1)$; $T(0,0,1) = (0,0,0,0)$; $T(0,0,-2) = (1,1,0,1)$
- b) $Det(A \cdot 3 \cdot B^t) = 1$, siendo: $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$; $|A| = \frac{1}{3}$; $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$; $B = -2A$

4) Sea $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ tal que sus autovectores son: $\vec{v}_1 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$; $\vec{v}_2 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ correspondientes a los autovalores $\lambda_1 = 4$ y $\lambda_2 = 2$ respectivamente.

- a) Obtenga la matriz A .
- b) Identifique la curva $(x \ y)A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$

5) Sea la superficie: $\sigma: -Ax^2 + (A - 2)(y - 1)^2 + 2Az^2 = 1$

- a) Hallar todos los $A \in \mathbb{R}$, si existen, tales que la superficie sea:
- i) Un elipsoide ; ii) Un hiperboloide de dos hojas
- b) Para $A = 2$: identificar la superficie, graficarla, hallar su intersección con el plano $y = 2$ y parametrizar la curva hallada, indicando la dirección de recorrido con la parametrización utilizada.