Álgebra y Geometría Analítica **11-02-2020**

Examen Final **TEMA 1**

Apellido y Nombres: .... **Legajo:**............................

La condición para aprobar este examen es tener como mínimo tres ejercicios bien resueltos.

1		2		3	4		5	Calificación Final

Corrector: ....

IMPORTANTE: Se debe presentar en las hojas de entrega el desarrollo de los ejercicios para justificar las respuestas. NO USAR LÁPIZ.

1. Consideremos $\pi : (x, y, z) = \alpha(1, 1, 1) + \beta(0, 1, 2) + (0, 0, -1)$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ y $r : x = ky = z + 1$.

   (a) Hallar, si existe, $k \in \mathbb{R}$ para que π y r sean ortogonales.

   (b) Calcular la distancia entre $P = (1, 1, 1)$ y π.

2. Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando adecuadamente la respuesta.

   (a) Sea $B = \{p, q\}$ una base de $\mathbb{P}_1$. Si $[x]_B = (1, 1)^t$ y $[1]_B = (0, 1)^t$, entonces $p = x - 1$ y $gr(q) = 0$.

   (b) Existe un monomorfismo $F : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{R}^2$.

3. Definir, si existe, una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que

$$Nu(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (1, 2, -1) \cdot (x, y, z) = 0\}$$

   y $(1, 2, 3)$ es un autovector de autovalor $\lambda = 2$.

4. Sea la ecuación

$$Ax^2 + B(y + 2)^2 - (z - 1)^2 = 1.$$

   (a) Hallar todos los valores de $A, B \in \mathbb{R}$ para que la misma represente una superficie cilíndrica cuya traza con el plano yz sea una hipérbola.

   (b) Para $A = 5$, hallar $B \in \mathbb{R}$ para que la intersección de la superficie con el plano $x = 1$ sea la curva $(x, y, z) = (1, 2\cos(\theta) - 2, 2\,\mathrm{sen}(\theta) + 1)$ con $0 \le \theta < 2\pi$. Identificar y graficar la superficie resultante.

5. Representar en el plano complejo el conjunto de los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen

$$\begin{cases} 9|z - 1|^2 - 5[Im(z)]^2 + 16Im(i + \bar{z}) = 36, \\ \pi \le arg(z) \le 2\pi. \end{cases}$$

Respuestas Tema 1

1. (a) $k = -1/2$.
   (b) $d(P, \pi) = \sqrt{6}/6$.

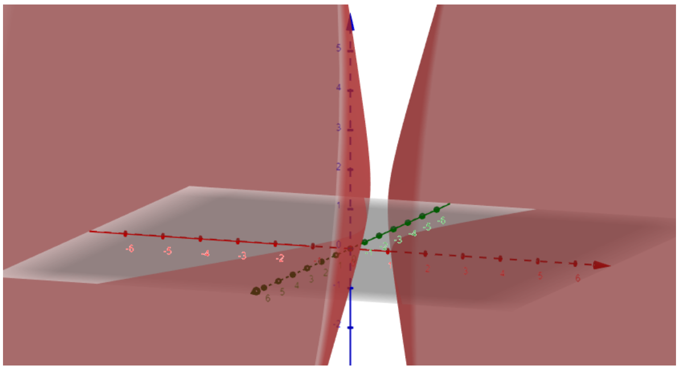
2. (a) VERDADERO, $q = 1$.
   (b) FALSO, por el Teorema de la dimensión.

3. Por ejemplo, $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$\begin{aligned} T(1,0,1) &= (0,0,0), \\ T(0,1,2) &= (0,0,0), \\ T(1,2,3) &= (2,4,6). \end{aligned}$$

   Siempre que se argumente el uso del Teorema Fundamental de las Transformaciones Lineales y se justifique su hipótesis.

4. (a) $A = 0$ y $B > 0$.
   (b) $B = -1$, la superficie es un hiperboloide de dos hojas con centro en $(0, -2, 1)$ y eje sobre al eje x.



5. Porción de la elipse $\dfrac{(x-1)^2}{4} + \dfrac{(y-2)^2}{9} = 1$ que se encuentra en los cuadrantes III y IV.