UTNFRBA FINAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRIA ANALÍTICA 18-2-2020

Apellido y nombres del alumno: ....

Corrigió:………………………………………Revisó:……………………………………

<table>
<tr><th colspan="2">1</th><th>2</th><th colspan="2">3</th><th colspan="2">4</th><th colspan="2">5</th><th>CALIFICACIÓN</th></tr>
<tr><td>a</td><td>b</td><td></td><td>a</td><td>b</td><td>a</td><td>b</td><td>a</td><td>b</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Nota: El examen se aprueba con el 60% bien resuelto.

---

1) Sea el plano π: $x + by + z = k$

a) Hallar $b, k \in \Re$, si existen, tales que el plano sea paralelo a la recta $r: (x, y, z) = (-1,4,2) + \gamma(1,2,1)$ y la distancia del plano al origen sea $d = \sqrt{3}$

b) Para $b = 1$ y $k = -2$ graficar el plano π y hallar la ecuación de una recta incluida en el plano π y tal que su intersección con el plano $z = 0$ es el punto $P(-1, -1,0)$

---

2) Definir una Transformación Lineal $T: \Re^3 \rightarrow \Re^2$ tal que todo punto de la recta $r: (x, y, z) = \gamma(1,1,1)$ tenga imagen en el eje x , de modo que la distancia de cada punto al origen sea la misma en el dominio y en la imagen; y que la imagen de todo punto del plano $x = 0$ sea el origen de $\Re^2$
Enunciar el Teorema que justifica su resolución. Indicar una base del núcleo y de la imagen y verificar el Teorema de las Dimensiones

---

3) Justificar si las siguientes afirmaciones son V o F:

a) Si $A = \begin{pmatrix} 4 & k \\ k & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A.X = N$ $tiene\ solución\ única$ $\forall k \in \Re$

b) Sea $S = gen\{(0,-1,0,0)(2,-1,0,3)(-2,0,0,-3)\} \Rightarrow \dim S = 3$

---

4) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & k \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Hallar todos los valores de $k \in \Re$ tal que los autovalores de la matriz A sean números reales.
b) ¿Es diagonalizable para $k = 1$?. Justificar la respuesta.

---

5) Sea la superficie: $\sigma: A(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + Bz^2 = K$

a) Hallar todos los $A, B, K \in \Re$, si existen, tales que la superficie sea:
i) Un cilindro circular recto de radio R = 4
ii) Un hiperboloide de una hoja tal que su intersección con el plano $z = 0$ sea la curva

$$C: (x\ , y, z) = (1 + \frac{1}{2}\cos t\ ; 1 + sen\ t; 0)\ \ ; t \in [0,2\pi]$$

b) Para $A = B = -4$ $\wedge$ $K = -1$: identificar la superficie y graficarla.