Examen Final – 15/12/2020

Álgebra y Geometría Analítica

Ejercicio

Sean la recta y el plano

$L: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{k}$ y el plano $\pi: (x, y, z) = \alpha(-2,1,0) + \beta(-3,0,1) + (1,1,1)$ con α y $\beta \epsilon \mathbb{R}$.

Indicar, si existe, el valor de $k \in \mathbb{R} - \{0\}$ tal que la recta sea paralela al plano.

$\boxed{k = 1}$

Ejercicio

Sean los subespacios en $\mathbb{R}^4$

$$S_1 = gen\{(1,0,0,1), (1,-1,0,1)(0,1,0,0)\}$$

$$S_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \ / \ x + w = 0 \wedge y - z = 0\}$$

Considere las siguientes proposiciones en $\mathbb{R}^4$:

1. Existe una única transformación lineal $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tal que $Nu(T) = S_1$ y $Im(T) = S_{2.}$
2. $S_1 \oplus S_2 = \mathbb{R}^4$.
3. $S_1^\perp = S_2$
4. Existe una única transformación lineal $F: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tal que $Nu(T) = S_2$ y $Im(T) = S_{1.}$

Seleccione una:

- Las proposiciones 1 y 3 son correctas.
- Las proposiciones 2 y 4 son correctas. ✓
- Las proposiciones 3 y 4 son correctas.
- Todas las proposiciones son correctas.

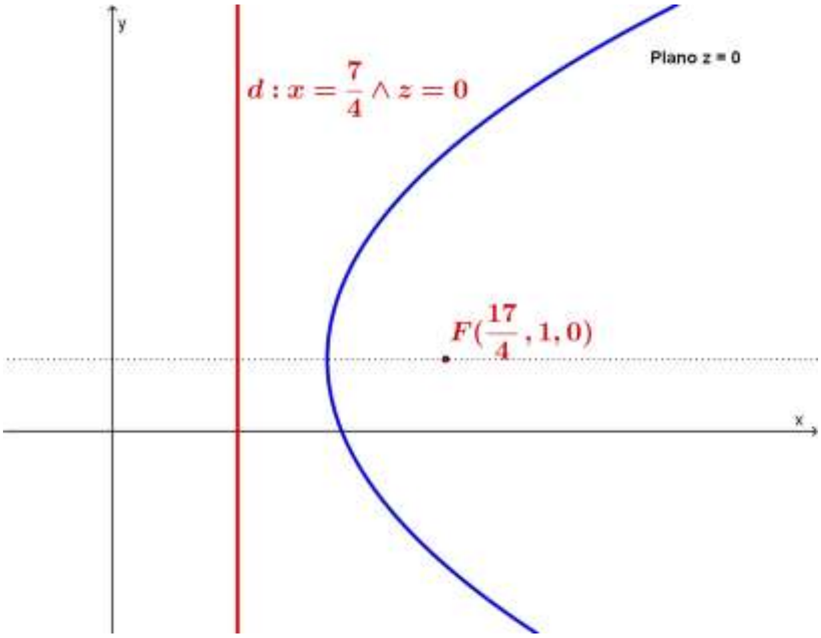
Ejercicio

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3x3}$. Determinar, si es posible $k \in \mathbb{R}$ para que:

- Los únicos autovalores de A sean $\lambda = 0 \wedge \lambda = 1 \ y \ A$ sea diagonalizable. $\boxed{k = 1}$
- El sistema homogéneo $AX = N$ sea compatible indeterminado. $\boxed{\text{Para todo } k \text{ real}}$

Ejercicio

Consideremos el siguiente gráfico



- En el plano $z = 0$, sea la elipse de ecuación $x^2 + 4y^2 - 2kx - 8y + k^2 = 0$. Hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que el centro de la elipse sea igual al vértice de la parábola graficada.

  $\boxed{k = 3}$

- Hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que la traza del paraboloide $z^2 + y^2 - kx - 2y = -16$ con el plano xy sea la parábola dada.

  $\boxed{k = 5}$

Ejercicio

Consideremos la superficie en $\mathbb{R}^3$ dada por la ecuación

$$-A(x-1)^2 + (y+1)^2 + Bz^2 = B + 9$$

Hallar el producto $A \cdot B$ para que la traza de la superficie con el plano xy tenga la misma gráfica que el conjunto definida en el plano complejo como

$$\{w \in \mathbb{C} \quad 7 \ \ |w - 1 + i|^2 - 5[Re(w - 1 + i)]^2 = Im(3 + 16i)\}$$

$$\boxed{A \cdot B = 28}$$