FINAL de ÁLGEBRA y GEOMETRÍA ANALÍTICA

19 de Julio 2022

Apellido y nombres del alumno: ………………………………………… Legajo Nº…………………..

Corrigió: ……………………………………………………..

1	2	3	4	5	Calificación final

La condición para aprobar el examen es tener, como mínimo, tres ejercicios correctamente resueltos. Debe presentar, en las hojas que entrega, el *desarrollo* de todos los ejercicios.
Por favor no use lápiz.

---

1) Sean el plano $\pi: (x, y, z) = (1,2,3) + \mu(1, -1,0) + \gamma(0, k_1, 1)$, con $\mu, \gamma \in \mathbb{R}$, y la recta $r: \begin{cases} x + y = k_2 \\ z + 2y = 0 \end{cases}$.
Halle, si existen, valores de las constantes k_1 y k_2 para que la recta r y el plano π se encuentren a distancia $\sqrt{2}$ entre sí.

---

2) Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta:
   a) "Si A y B son matrices de $\mathbb{R}^{n\times n}$ que tienen a $v_0 \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ por autovector, entonces v_0 es también autovector de $A + B$".
   b) "Si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es una matriz que verifica que $A^2 = A^t$ entonces $\det(A) = 1$".

---

3) Considere una transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \to P_2$ que verifique las siguientes condiciones:

$$T(1,1,1) = x^2 \qquad T(1,1,0) = 1 - x \qquad T(1,0,0) = -2x + 2$$

   a) ¿Es única? Fundamente su respuesta.
   b) Analice si T es inyectiva, sobreyectiva y/o biyectiva, justificando adecuadamente.
   c) Encuentre la matriz de T respecto de las bases canónica para $\mathbb{R}^3$ y $B = \{1; x; x^2\}$ para el codominio, y compruebe que el rango de la matriz coincide con la dimensión de la imagen de la transformación lineal.

---

4) Sea la superficie de ecuación $Ax^2 - By + 4(z - 1)^2 = B$.
a) Halle los valores de A y B - si existen - para que la ecuación corresponda a un paraboloide de sección circular con el plano $y = 2$, y cuya sección con el plano $z = 1$ sea la curva descripta por $\vec{\gamma}(t) = (t, 2t^2 - 1,1), t \in \mathbb{R}$.
b) Para $A = 0$ y $B = 1$, identifique y grafique la superficie resultante.

---

5) Identifique y grafique el conjunto de los números complejos que verifican

$$z.\bar{z} + Im(z^2) + Re(z) + Im(\bar{z}) = 2$$