Final de Álgebra y Geometría Analítica

6/9/22

Apellido y nombre:		**Legajo:**
Corrigió:	**Revisó:**	

1	2	3	4	5	Calificación final

La condición para aprobar el examen es tener, como mínimo, 3 ejercicios correctamente resueltos. Debe presentar, en las hojas que entrega, el desarrollo de los ejercicios con sus correspondientes justificaciones. Por favor no escriba con lápiz.

---

1) Halle el valor de la constante k para que las rectas

$$m: \begin{cases} -x+2z=0 \\ x-y+3=0 \end{cases} \quad \text{y} \quad L: x-k=y-4=kz$$

resulten coplanares y su distancia sea positiva.
Para el valor obtenido, escriba la ecuación general del plano que contiene a las rectas.

---

2) Dado el subespacio

$$\mathbb{S}=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4/x_1+2x_2-x_4=0 \wedge \ x_2+x_4=0 \wedge \ (a^2-9).x_3=0\}$$

a) Determine la dimensión del subespacio $\mathbb{S}$ para los distintos valores de a.
b) Considerando $a=3$, defina una transformación lineal $F:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ de modo que
$Nu(F)=\mathbb{S}^{\perp}$ y $\mathbb{S}: autoespacio\ asociado\ a\ \lambda=-2$
(No es necesario obtener la expresión analítica de la transformación definida)

---

3) Sea la superficie de ecuación

$$S: -A.x^2+y^2-2B.y=z-1$$

a) Para $A=0$ y $B=-2$ identifique y grafique, mostrando los principales elementos, la superficie S.
b) Calcule los coeficientes A y B tales que S represente un paraboloide elíptico con vértice en el punto $V(0,1,0)$ y su sección con el plano $\pi: z=4$ es la curva C dada por las ecuaciones paramétricas:

$$C: \begin{cases} x=\sqrt{2}.sen(\theta) \\ y=1+2\cos(\theta) \\ z=4 \end{cases} \quad con\ \ 0\le\theta\le 2\pi$$

---

4) Sabiendo que el sistema lineal homogéneo $M.X=N$ es compatible indeterminado ($M\in\mathbb{R}^{3x3}, X\in\mathbb{R}^{3x1}, N: matriz\ nula\ de\ \mathbb{R}^{3x1}$) decida, justificando, si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa:

a) $Rango(M^2-M)=3$
b) 0 es autovalor de la matriz M^t

---

5) Represente gráficamente en el plano complejo y describa geométricamente el conjunto

$$H=\left\{z\in\mathbb{C}/[|1+i|.Im(\overline{z})]^2+Re(z^2)-9.i^4=0 \wedge -\frac{\pi}{2}\le arg(\overline{z})\le\pi\right\}$$

$Sugerencia: considere\ z=x+iy$