## EXAMEN FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO I - 15/02/2023

NOMBRE Y APELLIDO: ...... REVISÓ: ......

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

## **EJERCICIO 1:**

(a) Determinar si la siguiente proposición es verdadera (V) o falsa (F). Justificar adecuadamente sus respuestas.

"Si  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  es una función derivable que tiene un punto crítico en  $x = x_0$ , entonces  $g(x) = e^{f(x)}$  también tiene un punto crítico en  $x = x_0$ ".

(b) Determinar, si existe, el valor real de k para que la función  $f:[-3,+\infty)\to\mathbb{R}$  definida por

 $f(x) = \begin{cases} \frac{x-k}{\sqrt{x+3} - 3} & \text{si } x \neq 6 \\ 0 & \text{si } x = 6 \end{cases}$ 

presente una discontinuidad evitable en x=6. JUSTIFICAR sus afirmaciones y, en caso de existir, ¿cuánto debería valer f en 6 para que sea continua en todo su dominio?

**EJERCICIO 2:** Determinar todos los valores reales de  $\alpha$  para los cuales

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^{n-1}}{\alpha^n} = \frac{3}{4}$$

**EJERCICIO 3:** Determinar una función continua f que satisfaga la siguiente identidad en todo su dominio:

$$f(x) - 2 = \frac{1}{x} \int_{1}^{x} f(t) dt$$

## **EJERCICIO 4:**

- (a) Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{\sqrt{x^3 + 8}} & \text{si } -2 < x < 0 \\ \frac{x}{(1+x)^3} & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$ . Calcular el valor de la  $\int_{-1}^{+\infty} f(x) \, \mathrm{d}x$ .
- (b) Sea  $g(x) = 1 3x + \sqrt{f(x)}$ . Sabiendo que el polinomio de Taylor de orden 2 en  $x_0 = 0$  de g es  $p(x) = 2 x + 3x^2$ , determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en  $x_0 = 0$ .

**EJERCICIO 5:** El rectángulo ABCD está inscripto en la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 = 1$ . Calcular el área del rectángulo sabiendo que es la mayor posible.