UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

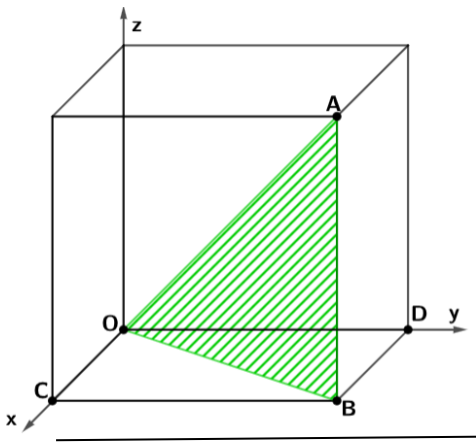
Examen Final 25/07/2023

Apellido del alumno: ..... Nombre: .....
Corrigió: ..... Revisó: .....

1		2		3		4	5		CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

1)



Para el cubo de arista unitaria que se muestra en la figura, calcule:

a) La proyección del punto D sobre el plano que contiene al triángulo $\overset{\triangle}{OBA}$.

b) La distancia del punto C a la recta que contiene al segmento $\overline{OA}$.

2) Dada la base $B = \{\, 1\,,\ \ x-1\,,\ \ (x-1)^2 \,\} \subset \mathbb{P}_2$ y sabiendo que las coordenadas de $p(x)$ en base B son:

$$[p]_B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ -a \end{bmatrix} \text{, además } \ p(0) = 2 \ \text{ y } \ p(2) = p(-2)$$

a) Calcule las coordenadas de $p(x)$ en base B

b) Obtenga la matriz de cambio de base $P_{[B,E]}$ siendo $E = \{1,\ x\,,\ x^2\} \subset \mathbb{P}_2$ (base canónica)

3) Sea $F: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \ / \ F(X) = A\,X$ siendo $A = (a_{ij})$ y $a_{ij} = i - j$.
Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique su respuesta:

a) El complemento ortogonal del núcleo de F es su imagen.

b) La matriz A es diagonalizable en el campo real.

4) Sabiendo que: $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1+i & 4 \\ 0 & 0 & 1-i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}$

Identifique y grafique el lugar geométrico de los puntos del plano que satisfacen la ecuación:

$$\frac{x^2}{det\,(M^2)} + \frac{y^2}{[Tr(M)]^2} = det(2\,M^{-1})$$

Siendo: "det" la función determinante y "Tr" la función traza (la suma de los elementos de la diagonal principal).

5) Dadas las superficies: $\sigma_1\colon\ x^2 - y^2 + z^2 = a$; $\sigma_2\colon\ x^2 + z^2 = by$

a) Halle los valores de las constantes a y b tales que la curva intersección entre ellas en el plano $y = 1$ sea la misma y la curva $\mathcal{C} = \{(x,y,z) = (2\cos(\theta)\,,\ 0\,,\ 2\,sen(\theta)) \wedge 0 \le \theta < 2\pi\}$ este incluida en σ_1.

b) Identifique y grafique las superficies y las curvas.