

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas con los procedimientos analíticos adecuados para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas:** ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

a. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\cos^2(2x) - 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{x}}$ **NO USAR EL TEOREMA DE BERNOULLI-L'HÔPITAL**

b. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (x+1)^n}{2^n}$ es convergente $\forall x \in [-3, 1]$

2) Sea f una función que admite función derivada primera continua en todo el eje real y que verifica

$\int_1^{e^x} f'(lnt) dt = \frac{x^2}{2} + 4x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Determine $f(x)$ tal que $f(0) = -5$. **Justifique claramente el procedimiento empleado.**

procedimiento empleado.

3) Sea la función definida por $h(x) = f(\text{sen } x)$ y $P(x) = 4x - x^2$ el polinomio de Taylor de segundo grado asociado a la función f en el punto $x_0 = 1$. Determine el polinomio de Taylor de 2º grado asociado a la función h en el punto $a = \frac{\pi}{2}$.

4) a) Calcule el área de la región plana D limitada por el gráfico de la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} (2-x)^3 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{y la recta } y = 8$$

b) Dibuje la región D .

5) Sea la función definida por $g(x) = x^2 \cdot \ln(x)$, determine, analíticamente, si g admite extremos locales, extremos globales y luego indique el conjunto imagen de g . **Justifique todas sus respuestas.**