ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Examen Final 25/07/2023

APELLIDO DEL ALUMNO: .... NOMBRE: ....

CORRIGIÓ: .... REVISÓ: ....

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

a. El campo escalar $f: U \subseteq R^2 \to R$ definido por $f(x,y) = 1 + \sqrt[3]{x^2(y-1)}$ admite en el punto (0,1) derivada en toda dirección pero no es diferenciable en dicho punto

b. Si $f: W \subseteq R^3 \to R$ de clase $C^2(W)$ y la curva C seccionalmente regular es la frontera de la superficie orientada S $\subset W$, entonces $\oint_C \overrightarrow{\nabla f}.d\vec{s} = 0$.

T2) a. Sea un campo escalar $g: A \subseteq R^n \to R$ $(n > 1)$ y $\vec{x}_0 \in A^o$. Muestre que si existe $g'(\vec{x}_0, \breve{u})$ $\forall \breve{u}$ y $\vec{x}_0$ es un punto de extremo local de g, entonces $g'(\vec{x}_0, \breve{u}) = 0$.

b. ¿Existe un único $\alpha \epsilon R$ para el cual la función definida por $h(x,y) = x^3 + y^2 - \alpha x + 2$ admite un punto de extremo local en el punto (0,0)? Justifique la respuesta.

P1) Para el campo vectorial $\vec{F}: R^3 \to R^3$ $/\vec{F}(x,y,z) = (xz, yz, x^2 + y^2)$, calcule el flujo de $\vec{F}$ a través de la superficie de ecuación $z = 4 - \sqrt{x^2+y^2}$ que se encuentra en semiespacio $z \geq 0$ y orientada con el campo de versores normales en el sentido de las z negativas.

P2) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{G}: R^3 \to R^3$ definido por

$\vec{G}(x,y,z) = (12xyz + 2,\ 6x^2z\ , 6x^2y - 1)$ a lo largo del arco de curva $C: \begin{cases} x+y+z=1 \\ z=y \end{cases}$ desde el punto A = (1,0,0) hacia el punto B = $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Fundamente claramente el procedimiento elegido para el cálculo.

P3) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{H}: R^2 \to R^2$ definido por $\vec{H}(x,y) = (3xy^2 + 2y\ , 3x^2y - 4x)$ a lo largo de la curva ortogonal a la familia dada por

$y = ax + 2$ que pasa por el punto (0,1) y recorrida en sentido horario. Fundamente el cálculo.

P4) Sea la función $f: R \to R$ derivable y sea además la función definida por $F(x,y) = \frac{1}{x}.f\left(\frac{y}{x}\right)$ para $x \neq 0$. Verifique que $x.\frac{\partial F}{\partial x} + y.\frac{\partial F}{\partial y} + F(x,y) = 0$. Justifique el procedimiento escogido.