ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 02/08/2023

Apellido del alumno: .... **Nombre:** ....

Corrigió: .... **Revisó:** ....

1		2		3	4	5		CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Se permite el uso de Tabla de Integrales.
Duración del examen: 2 horas
Condición mínima para aprobar 6 (seis) puntos (50 % del examen correcto).

---

1) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique su respuesta:

a) La función $F(x)$:

$$F(x) = \int_1^x z\ln(z)\,dz \quad \text{satisface la siguiente ecuación diferencial:} \quad F'(x) - x\,F''(x) + x = 0$$

b) $\forall x \in (-1,1)$: $\quad 1 - x^2 + x^4 - \cdots + (-1)^n x^{2n} + \cdots = \dfrac{1}{1+x^2}$

---

2) Dada la función $f(t) = t^2\,e^{-\alpha\,t}$ para $t \geq 0$. Halle el valor de la constante $\alpha > 0$ tal que:

a) f presente un valor máximo relativo para $t = 1$

b) El área del recinto limitado por la curva representativa de f y su asíntota sea igual a 2.

---

3) Sea $y(t) = \begin{cases} a - (t-1)^2 & si\ \ 0 \leq t < 2 \\ b - a\,t & si\ \ 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$ la posición en metros de una partícula en función del tiempo en segundos.

Halle los valores de las constantes a y b tales que la función cumpla con la hipótesis del teorema del Valor Medio del Cálculo Diferencial (Lagrange) en el intervalo $[0,4]$, aplíquelo e interprete.

---

4) Encuentre el punto $P(t^2 + 1\,,\ \ t + 2)$ de una curva, más cercano al punto $A(1,5)$. Calcule la distancia de A al punto hallado.

---

5) Dada la siguiente serie de potencias

$$h(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[k\,(x-2)]^{2n}}{(n+1)^2}$$

a) Calcule los valores que puede tomar la constante k para que el radio de convergencia sea mayor que 4.

b) Para $k = 1$ obtenga el polinomio de Taylor de grado 2 de la función h en $x = 2$.