

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

- a. Si el campo vectorial $\vec{F}: R^3 \rightarrow R^3 / \vec{F}(x, y, z) = (u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z))$ es de clase $C^1(R^3)$ y es conservativo, entonces \vec{F} admite matriz Jacobiana simétrica en R^3 .
- b. $\iint_A (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}} dx dy = 1$, siendo $A = \{(x, y) \in R^2 / x^2 + y^2 \leq 1, x + y \geq 1, y \geq x\}$

T2) a. Sea un campo escalar $f: B \subseteq R^n \rightarrow R$ ($n > 1$) y $\vec{x}_0 \in B^o$. Muestre que si f es diferenciable en \vec{x}_0 y \vec{x}_0 es un punto de extremo local de f , entonces $\nabla f(\vec{x}_0) = \vec{0}$.

- b. La función definida por $f(x, y) = 3 - (x^3 - y^3)$, ¿alcanza un valor extremo local en el punto $(0,0)$? Justifique claramente la respuesta.

P1) Sean las funciones $\vec{f}: R^2 \rightarrow R^2$ de clase $C^1(R^2)$ tal que $D\vec{f}(0,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$ y $z = g(x, y)$

definida implícitamente en el entorno del punto $(x_0, y_0) = (2, 1)$ por la ecuación

$3x^2y^2 + 2z^2xy - 2zx^3 + 4zy^3 = 4$, con $z_0 = g(x_0, y_0) > 1$. Determine la dirección de máximo crecimiento de la función $h = g \circ \vec{f}$ en el punto $(0,0)$, sabiendo que $\vec{f}(0,0) = (2, 1)$.

P2) Dada la porción de superficie S de ecuación $2z = 3xy^2$ cuya proyección sobre el plano xy es la región $W = \{(x, y) \in R^2 / 0 \leq y \leq 2x, 0 \leq x \leq 2\}$. Calcule el flujo del campo vectorial definido por $\vec{G}(x, y, z) = (2x, -y, 4z)$ a través de la superficie S orientada con el campo de versores normales que apunta hacia las z positivas.

P3) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{F}: R^3 \rightarrow R^3$ de clase $C^1(R^3)$ tal que

$rot\vec{F}(x, y, z) = (-x^2, 3y - x, 4z^2 - 3xy)$ a lo largo de la curva γ definida por la intersección de las superficies de ecuaciones $x = 3(y^2 + z^2)$ y $x = 4 - (y^2 + z^2)$. Indique la orientación escogida para la curva γ .

P4) Determine la solución particular de la ecuación diferencial $y'' - 6y' + 9y = 9x$ sabiendo que en el punto $(0,1)$ la ecuación de su recta tangente es $y = x + 1$.