UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 27-09-2023

APELLIDO DEL ALUMNO:..... **NOMBRE:**.....

CORRIGIO:..... **REVISO:**.....

1		2		3	4		5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1) *Sean*

$$L_1 : (x, y, z) = \left(\lambda, \frac{1-\lambda}{2}, -2+\lambda\right), \lambda \in \mathbb{R} \quad , \quad L_2 : (x, y, z) = (1, 2, 3+\mu), \mu \in \mathbb{R}$$

   a) *Hallar el plano que contiene a L_2 y que pasa por el punto intersección de L_1 con el plano $z = 3$.*
   b) *Indicar si L_1 y L_2 son alabeadas. Justifique*

2) *Dada la ecuación: $x^2 + M\,y^2 + z^2 = N$*

   a) *Identificar para el caso $M < 0$ y $N = 0$. Grafique para $M = -3$.*
   b) *Halle los valores de M y N para que represente de una superficie cuya traza con el plano $x = 2$ sea una circunferencia de radio 4. Identifique la superficie.*

3) *Dados los subespacios*

$$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : -2\,x_1 + x_2 - x_3 = 0\,,\ 3\,x_1 - x_4 = 0\}$$

$$T = \langle (0, 1, 0, -1), (-1, 0, 1, k-1) \rangle \subset \mathbb{R}^4$$

Hallar todos los valores de k reales , si existen para que $S^\perp + T = \mathbb{R}^4$

4) *Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.*

   a) *Sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$.Si A tiene n autovalores distintos entonces la matriz $B = 3\,A$ es diagonalizable.*
   b) *Si $w \neq (0, 0, 0)$ entonces $A = \{v \in \mathbb{R}^3 : v.w = 0\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$.*

5) *Definir y hallar la expresión analítica de una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ sabiendo que $R(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 3z = 0, y = 0\}$, $N(T) = R(T)^\perp$ y $\lambda = 2$ es un autovalor.*

   Observación: *Con las notaciones $R(T)$ y $N(T)$ se hace referencia a la imagen y al núcleo de la Transformación Lineal respectivamente.*