



*Universidad Tecnológica Nacional  
Facultad Regional Buenos Aires*

## **PROGRAMA ANALÍTICO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO II**

**DEPARTAMENTO: MATERIAS BÁSICAS – UDB MATEMÁTICA**

**CARRERA: Ingeniería Civil - Eléctrica - Electrónica - Industrial - Mecánica - Naval - Química - en Sistemas de Información – Textil.**

**NOMBRE DE LA ACTIVIDAD CURRICULAR: Análisis Matemático II**

Año Académico: 2023

Área: Matemática

Bloque: Formación Básica Homogénea

Nivel: Segundo

Tipo (obligatoria o electiva): Obligatoria

Modalidad (cuatrimestral o anual): Cuatrimestral y/o Anual

**Cargas horarias totales:**

<i>Horas reloj</i>	<i>Horas cátedra</i>	<i>Horas cátedra semanales</i>
120	160	10 (Cuatrimestral) 5 (Anual)

### **FUNDAMENTACIÓN**

Teniendo en cuenta el perfil deseado para el ingeniero tecnológico y las competencias asociadas al mismo: capacidad de crear, optimizar recursos existentes, investigar, planificar y actualizar sus conocimientos, el desarrollo de esta asignatura atiende dos aspectos esenciales en su formación: proveer las herramientas matemáticas adecuadas para la modelización y resolución de problemas de aplicación; y generar y desarrollar las capacidades mencionadas en el perfil buscado para el egresado.



**COMPETENCIAS DE EGRESO GENÉRICAS A LAS QUE CONTRIBUYE:**

Competencia	Baja	Media	Alta
Identificación, formulación y resolución de problemas de ingeniería.	X		
Utilización de técnicas y herramientas de aplicación en la ingeniería.		X	
Fundamentos para el desempeño en equipos de trabajo.		X	
Fundamentos para una comunicación efectiva.			X
Fundamentos para el aprendizaje continuo.			X
Generación de desarrollos tecnológicos y/o innovaciones tecnológicas.	X		

**NOTA ACLARATORIA**

Las asignaturas homogéneas, pertenecientes al Bloque de las Ciencias Básicas de la Ingeniería, aportan a las Competencias Genéricas, sociales políticas y actitudinales y especialmente a las Tecnológicas. Este aporte se realiza mediante modelos que gradualmente promueven el desarrollo de las Competencias Específicas necesarias para proyectar, diseñar y calcular.

**OBJETIVOS (APRENDIZAJES/LOGROS A ALCANZAR)**

- Describir la trayectoria de un objeto a partir de funciones vectoriales de una variable real. - Resolver situaciones problemáticas en contextos de Ingeniería utilizando recursos del cálculo diferencial e integral de funciones reales de varias variables.
- Seleccionar recursos del cálculo diferencial e integral de funciones reales de varias variables para resolver situaciones problemáticas en contextos de Ingeniería.
- Modelizar fenómenos naturales o inducidos que evolucionan en el tiempo, mediante el empleo de Ecuaciones Diferenciales, reconociendo su importancia y aplicabilidad en Ingeniería.
- Argumentar en lenguaje coloquial y simbólico para explicar y justificar razonamientos, y fundamentar procedimientos empleados en la resolución de problemas relacionados con cálculo de gradiente, rotacional, divergencia y con los teoremas fundamentales del Cálculo Vectorial (de los campos conservativos, de Green, de Stokes y de Gauss-Ostrogradski).



- Resolver problemas de aplicación en los que se evidencie la utilización criteriosa de los tópicos de la asignatura, utilizando lenguaje disciplinar adecuado en producciones escritas u orales.
- Utilizar las TIC y software de aplicación en Matemática para la resolución de problemas y simulación de problemas matemáticos relacionados con superficies, curvas y campos vectoriales, favoreciendo la construcción de conocimiento.

## **CONTENIDOS**

### **Contenidos mínimos**

Funciones vectoriales de una variable real y sus aplicaciones. Funciones escalares de varias variables y sus aplicaciones. Cálculo diferencial de funciones reales de varias variables reales y sus aplicaciones. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden y sus aplicaciones. Integrales dobles y triples y sus aplicaciones. Campos vectoriales. Rotacional y Divergencia. Integrales de línea, de superficie y sus aplicaciones. Teoremas fundamentales del Cálculo Vectorial y sus aplicaciones.

### **Contenidos analíticos**

#### **Unidad Temática I: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES – LÍMITE Y CONTINUIDAD**

Distancia, espacio métrico,  $\mathbb{R}^n$ , entorno. Puntos: acumulación, interior, exterior, frontera, aislado. Conjuntos: abierto, cerrado, acotado, convexo, conexo. Funciones escalares y vectoriales, dominios, recorridos, gráficas, conjuntos de nivel.

Límite y continuidad para  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  propiedades, límites iterados. Definición de curva en el espacio, ecuaciones vectorial y paramétricas. Arco de curva: abierto, cerrado, simple. Definición de superficie, ecuaciones vectorial y cartesiana, líneas coordenadas.

#### **Unidad Temática II: DERIVABILIDAD**

Derivada de una función vectorial de una variable. Punto regular de una curva, recta tangente y plano normal a una curva. Derivadas de funciones de varias variables: respecto de un vector, direccional y parcial. Propiedad de homogeneidad. Interpretaciones geométricas. Teorema del valor medio.

Derivadas sucesivas. Teorema de Schwarz.



### **Unidad Temática III: DIFERENCIABILIDAD**

Diferenciabilidad de funciones de  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , estructura de las matrices. derivabilidad y continuidad de funciones diferenciables, gradiente, matriz jacobiana. Diferenciabilidad de las funciones con derivadas parciales continuas.

Definición de punto regular de una superficie, plano tangente y recta normal a una superficie (dada en forma vectorial y en forma cartesiana explícita). Interpretación geométrica del diferencial total.

Cálculo derivadas direccionales; caso de funciones de  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ( $n \geq 1$ ), diferenciables; propiedades del gradiente.

### **Unidad Temática IV: FUNCIONES COMPUESTAS – FUNCIONES IMPLÍCITAS**

Composición de funciones, propiedades, regla de la cadena.

Funciones definidas en forma implícita. Teorema de Dini (existencia y unicidad)

Curvas (planas) y superficies definidas implícitamente; perpendicularidad del gradiente respecto de los conjuntos de nivel.

### **Unidad Temática V: POLINOMIO DE TAYLOR – EXTREMOS**

Diferenciales sucesivos, fórmula de Taylor.

Extremos absoluto y relativo. Condición necesaria para la existencia de extremo relativo, punto estacionario. Condición suficiente, Hessiano.

Extremos ligados, método de los multiplicadores de Lagrange.

### **Unidad Temática VI: INTEGRALES DE LÍNEA**

Arco de curva rectificable, cálculo de la longitud, diferencial de arco.

Integrales de línea: definición, propiedades, cálculo. Trabajo. Independencia del camino. Función potencial, existencia, cálculo.

Rotor de un campo vectorial, campos irrotacionales, campos conservativos.

### **Unidad Temática VII: INTEGRALES MÚLTIPLES**

Intervalos n-dimensionales, extensión de un intervalo, caso de área y de volumen; conjuntos de extensión nula.

Integrales doble y triple: definición, propiedades, cálculo, aplicaciones geométricas y físicas.



Cambio de variables en integrales dobles, transformaciones lineales, coordenadas polares.

Cambio de variables en integrales triples, coordenadas cilíndricas y esféricas.

#### **Unidad Temática VIII: INTEGRALES DE SUPERFICIE**

Superficies regulares y superficies suaves, diferencial de superficie, área de una superficie, cálculo.

Superficies orientables. Integral de superficie de un campo escalar y de un campo vectorial (flujo), cálculo. Aplicaciones.

#### **Unidad Temática IX: TEOREMAS INTEGRALES**

Divergencia de un campo vectorial.

Teorema de Gauss o de la divergencia. Campos solenoidales.

Teorema de Green. Teorema de Stokes o del rotor. Análisis de la existencia de función potencial en regiones múltiplemente conexas.

#### **Unidad Temática X: ECUACIONES DIFERENCIALES**

Expresión diferencial, ecuación diferencial, clasificación. Familia de curvas, orden de infinitud, soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden: existencia y unicidad de la solución, resolución de ecuaciones en variables separables, lineales, homogéneas y totales exactas.

Líneas de campo, definición, planteo del problema.

Trayectorias ortogonales. Líneas de campo y equipotenciales para campos conservativos.

Ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden: existencia y unicidad de la solución, resolución de ecuaciones lineales de segundo orden con coeficientes constantes, método de variación de parámetros y método de los coeficientes indeterminados.

Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden: forma explícita vectorial, existencia y unicidad de la solución. Sistemas lineales con coeficientes constantes. Uso del álgebra lineal para el cálculo de la solución.



### DISTRIBUCIÓN DE CARGA HORARIA ENTRE ACTIVIDADES TEÓRICAS Y PRÁCTICAS

Modalidad organizativa de las clases	Horas Reloj totales presenciales	Horas reloj virtuales totales	Horas totales
<b>Teórica</b>	80		80
<b>Formación práctica</b>	40		40

Tipo de prácticas	Horas Reloj totales presenciales	Horas reloj virtuales totales	Lugar donde se desarrolla la práctica (si corresponde indicar laboratorio, ámbito externo)
Formación experimental			
Problemas abiertos de Ingeniería (ABP)			
Proyecto y diseño			
Otras: resolución de problemas - Simulación	40		aula
Práctica supervisada			
<b>Total de horas</b>	40		120

### ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Clases teórico-prácticas, expositivas y de resolución de problemas, incentivando la participación activa de los alumnos y orientadas a la comprensión de los diferentes temas de la asignatura en forma integradora, no sólo como herramientas aisladas de cálculo.

En este sentido, el tema “ecuaciones diferenciales” se desarrolla subdividido en dos partes. En la primera parte, al comienzo del curso, se introducen las ecuaciones diferenciales ordinarias de 1° orden (variables separables, lineales, reducción de orden, trayectorias ortogonales) con el objetivo de presentar algunas herramientas para resolver situaciones integradoras que se plantean con otros temas del programa. Habiendo afianzado los conceptos básicos, al final del curso se desarrolla la segunda parte que completa los contenidos previstos e incorpora nuevas situaciones integradoras asociadas al estudio de campos vectoriales.



Se incorporan ejemplos motivadores de aplicación en otras asignaturas de la carrera y se induce al uso de la computadora como herramienta de cálculo numérico y simbólico (programas Octave, GeoGebra). Se utiliza una guía de trabajos prácticos única para todos los cursos, permitiendo fijar la nomenclatura y asegurar el nivel y orientación requeridos por una carrera de ingeniería.

La asignatura dispone de un “Aula repositorio de Análisis Matemático II”, con acceso a estudiantes y docentes, donde se pone a disposición:

- Cada práctico de la Guía de Trabajos Prácticos y el correspondiente material didáctico (desarrollado oportunamente para el cursado semipresencial de la asignatura).
- Material didáctico complementario (respuestas de los ítems de la Guía de TP, tabla de derivadas e integrales, bibliografía, etc.).
- Características y contenidos de las evaluaciones.

Se cuenta con aulas virtuales en la plataforma Moodle, donde el docente responsable de cada curso puede complementar la asignatura agregando todo el material didáctico que considere oportuno: videos, cuestionarios, problemas resueltos.

## **MODALIDAD DE EVALUACIÓN**

Todas las evaluaciones son escritas y de carácter sumativo. La firma de trabajos prácticos se realiza a aquellos alumnos que cumplan con la aprobación de las evaluaciones parciales y el régimen de asistencia reglamentados por la institución, según se trate de cursos de desarrollo cuatrimestral o anual.

La alternativa de cursado para aprobación directa es optativa y pueden acceder a ella aquellos alumnos que aprueben dos evaluaciones (mitad y fin de curso) con contenido teórico y práctico respetando las calificaciones mínimas y presentismo establecidos por el Reglamento de Estudios de Carreras de Grado y el régimen de evaluaciones establecido por la Facultad Regional Buenos Aires. Todo alumno regular que no cumpla con alguno de los requisitos de aprobación directa pasará automáticamente al régimen de aprobación no directa mediante examen final, contemplándose para la aprobación y firma de trabajos prácticos sólo el contenido práctico de las evaluaciones rendidas.

Los temas de examen final se generan desde la dirección de la cátedra para todos los alumnos que se presenten a rendir en cada fecha de examen. Las evaluaciones correspondientes al régimen de aprobación directa son elaboradas y corregidas por grupos de profesores designados para los distintos turnos y horarios. Su contenido garantiza el mismo nivel de exigencia de los exámenes finales.



La guía de trabajos prácticos incluye ejercicios y problemas integradores los cuales, complementados con las propuestas de cada docente, permiten –mediante discusión grupal– que el alumno se autoevalúe en forma continua sin perder visión global del programa y que el docente evalúe en forma continua el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **Requisitos de regularidad**

Para cursar la asignatura el alumno debe tener firmados los Trabajos Prácticos o bien aprobadas las asignaturas “Análisis Matemático I” y “Álgebra y Geometría Analítica”.

El régimen de correlatividades para aprobación directa y no directa (examen final) está establecido en la reglamentación vigente.

### **Requisitos de aprobación**

Objetivos mínimos para acceder a la aprobación directa: Ambas evaluaciones parciales se diseñan con 2 (dos) ítems teóricos y 4 (cuatro) ítems prácticos. Para alcanzar la aprobación directa ambas evaluaciones deben ser aprobadas con un mínimo de 8 (ocho) puntos, que se logran respondiendo correctamente 4 (cuatro) de los seis ítems entre los cuales debe haber por lo menos uno (1) teórico.

El régimen para evaluaciones complementaria y de recuperatorio, para la aprobación directa es el adoptado por la U.D.B. Matemática.

Objetivos mínimos para acceder a la regularización de la asignatura: Aprobar ambas evaluaciones parciales con un mínimo de 6 (seis) puntos, que se logran respondiendo correctamente 2 (dos) de los 4 (cuatro) ítems prácticos. No se tiene en cuenta el desarrollo de ítems de carácter teórico.

## **ARTICULACIÓN HORIZONTAL Y VERTICAL CON OTRAS MATERIAS**

La articulación de “Análisis Matemático II” se realiza verticalmente con las asignaturas “Álgebra y Geometría Analítica” y “Análisis Matemático I”, ambas correspondientes al primer año, y también las materias con contenidos de matemáticas que pudiera cursar posteriormente tales como “Análisis de Señales y Sistemas”.

Debe atenderse a los prerrequisitos para cursar la asignatura. Es así que durante las primeras clases se podrán llevar a cabo evaluaciones diagnósticas que permitieran observar si los alumnos satisfacen esos prerrequisitos y deberían servir de fundamento para posibles ajustes en las asignaturas del área de matemáticas del primer año.

Las asignaturas con contenidos de matemática que se cursan posteriormente (como Análisis de Señales y Sistemas) no son las mismas para todas las carreras; aún así sus desarrollos necesitan la adecuada formación del alumno en Análisis Matemático II, ya



que muchos de sus conceptos son extensiones a varias dimensiones de los tratados en la materia o aplicaciones de los mismos en situaciones más contextualizadas. Esto es extensivo a las asignaturas de matemática aplicada de distintas especialidades.

En el nivel, “Análisis Matemático II” articula horizontalmente con Física y “Probabilidades y Estadística” en casi todas las carreras.

Análisis Matemático II requiere de herramientas matemáticas que brinda el análisis y a su vez, la introducción de algunos conceptos del análisis vectorial (como los de flujo, divergencia y rotor) que debieran hacerse a partir del problema físico que dio origen al estudio del mismo. Es así que resultaría conveniente que se trabajase conjunta y coordinadamente en ambas asignaturas.

En el resto del diseño curricular, articula verticalmente u horizontalmente con materias de cada especialidad, para las que resulta una herramienta conceptual (en cuanto a la representación matemática de procesos físicos, químicos, etc.) y procedimental para la resolución de problemas específicos; algunas de estas asignaturas son:

Ing. Eléctrica: Electrotecnia I, Integración Eléctrica II.

Ing. Electrónica: Dispositivos Electrónicos, Análisis de Señales y Sistemas.

Ing. Mecánica: Termodinámica, Ingeniería Mecánica II.

Ing. Naval: Análisis estructural I, Matemática Aplicada a la Ingeniería I y II.

Ing. Civil: Estabilidad.

Ing. Química: Integración II.

Ing. Industrial: Termodinámica y Máquinas Térmicas.

### **CRONOGRAMA ESTIMADO DE CLASES**

Se indica un cronograma distribuido en 32 días de clase de 5 horas clase cada uno que corresponden al desarrollo de la asignatura anual (32 semanas – 1 día por semana) o bien cuatrimestral (16 semanas – 2 días por semana).

<b>Clase</b>	<b>Tema</b>	<b>Modalidad de dictado (presencial/virtual)</b>
1 y 2	Ecuaciones diferenciales (1era. parte)	presencial
3 y 4	Nociones de Topología - Funciones	presencial
5 y 6	Límite y continuidad	presencial
7 y 8	Derivabilidad - Recta tangente y plano normal a curvas	presencial
9 y 10	Diferenciabilidad - Plano tangente y recta normal a superficies	presencial
11 y 12	Funciones compuestas e implícitas	presencial



13 y 14	Polinomio de Taylor - Extremos	presencial
15 y 16	Repaso - Evaluación- Curvas, longitud de arco	presencial
17 y 18	Integrales de línea - Campos conservativos y función potencial	presencial
19 a 22	Integrales múltiples	presencial
23 y 24	Integrales de superficie - Flujo - Teoremas integrales	presencial
25 y 26	Teoremas integrales	presencial
27 y 28	Teoremas integrales - Ecuaciones diferenciales ordinarias (2da. parte)	presencial
29 y 30	Ecuaciones diferenciales ordinarias (2da. parte)	presencial
31 y 32	Repaso - Evaluación	presencial

#### **BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA**

- Marsden, J., Tromba, A., (2018) *Cálculo Vectorial (6ta. Ed.)*, Pearson - Addison-Wesley.
- Pita Ruíz, C. (1995) *Cálculo Vectorial*, Prentice Hall Hispanoamericana.
- Apostol, T. (2001) *Calculus, Vol. II*, Ed. Reverté.

#### **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

- Salas, S. Hille, E. y Etgen, G. (2003) *Calculus, Vol. II*, Ed. Reverté.
- Kreyszig, E. (2000) *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, Ed. Limusa.
- Stewart, J. (2008) *Cálculo de Varias Variables*, Cengage Learning.