UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 12/12/2023

APELLIDO DEL ALUMNO:.....**NOMBRE:**.....

CORRIGIÓ:..... **REVISÓ:**.....

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1. Sean π el plano de ecuación $x + y - z = 2$
y $\mathbb{L}$ la recta: $(x, y, z) = (1, 1, -1) + \lambda(2, -1, 0); \forall\lambda \in \mathbb{R}$.
Hallar todos los puntos $P(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, tales que su distancia al plano π sea $\sqrt{3}$ y que pertenezcan a la recta $\mathbb{L}$.

2. Sea $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que: $F[(x, y, z)] = (x + y, x - z, x + y)$.
Definir, si existe, una transformación lineal $G : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que cumpla simultaneamente las siguientes condiciones:

- $Nu(F) \oplus Im(G) = \mathbb{R}^3$
- $Nu(G) \oplus Im(F) = \mathbb{R}^3$

Hallar la expresión analítica.

3. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que: $M_{EB}(T) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & a^2 & 1 \\ -2 & a & 1 \end{pmatrix}$

Siendo E la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y B la base de $\mathbb{R}^3$: $B = \{(2, 1, -3), (0, 1, -1), (0, -1, -1)\}$
(a) Hallar los valores de a para los cuales T es un isomorfismo.
(b) Para a=-1, determinar la matriz $M_{EE}(T)$: matriz asociada a la transformación en base canónica.
(c) Para a=-1, hallar, si existe, una base B' de $\mathbb{R}^3$ tal que $M_{B'B'}(T)$ tenga forma diagonal e indicar dicha matriz.

4. Hallar y graficar la región del plano complejo determinada por:

$\{z \in \mathbb{C} : |\bar{z} + (1 + i)| \geq 2 \quad \wedge \quad Re(z^2) + |z|^2 \leq 2\}$

5. Sea en $\mathbb{R}^3$ la ecuación: $Ax^2 + By^2 + Bz^2 = 1$

(a)Halle los valores de A y B para que la intersección de la superficie con el plano $z = 0$ sea una hipérbola equilátera de vértices $(2, 0, 0)$ y $(-2, 0, 0)$.

(b) Identifique y grafique la superficie resultante para los valores obtenidos de A y B.