UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA
Examen Final 19/12/2023

Apellido del alumno: ..... Nombre: .....
Corrigió: ..... Revisó: .....

1		2		3		4		5		CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resuelva el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1) Considere

- la recta r, que pasa por $Q = (1, -2, 3)$ y es paralela a los planos $\alpha: x - z = 0$ y $\beta: 2x + y = 2$,
- la recta s, contenida en el plano coordenado yz, que pasa por $P = (0,1,1)$ y forma un ángulo de $45°$ con el semieje positivo de las ordenadas.

a) Analice si r y s son coplanares o alabeadas.

b) En caso de ser coplanares, halle el plano que las contiene. En caso de ser alabeadas, calcule la distancia entre ellas.

---

2) Sean $A = (A_1 \;\; A_2 \;\; A_3 \;\; A_4) \in \mathbb{R}^{4\times 4}$, $B = (A_1 + kA_4 \quad A_2 \quad A_3 \quad 2A_1 - 2A_2)$ con $Det(B) = 1$

a) Calcule todos los valores de $k \neq 0$ como para que $Det(2A^2B^{-1}) = 1$.

b) En estas condiciones, ¿puede ser A la matriz de una transformación lineal $T: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ *no inyectiva*? Justifique adecuadamente.

---

3) Sea la transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ cuya matriz, en bases $B = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$ para el dominio y canónica para el codominio, es $M(T)_{BE} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Analice si existe a para que $(a^2, -1, a) \in Nu(T)$.

b) Halle la imagen de T, una base de la misma y clasifique la transformación lineal.

---

4) Encuentre la expresión analítica de una transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que tenga a $(-1,2,0)$ por uno de sus autovectores, el plano $x + y + z = 0$ por autoespacio y 1 y 0 por autovalores. ¿Es única? ¿Es diagonalizable? Justifique sus respuestas.

---

5) Sea la superficie S: $(x-1)^2 + A\,(y-2)^2 + Bz^2 = A$. Elija valores reales de A y B para que S resulte un cilindro elíptico cuyos semiejes midan 1 y 2. Grafique para los valores elegidos y parametrice la curva sección de la superficie con el plano $z = 3$.