

APELLIDO Y NOMBRE:

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

1a	1b	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

1a) Dada la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$ utilice la definición de convergencia y analice su comportamiento.

1b) Encuentre todos los puntos de la gráfica de $\begin{cases} x = t - \operatorname{sen} t \\ y = 1 - \operatorname{cos} t \end{cases}$, con $-2\pi < t < 3\pi$, para los cuales la derivada no existe, y aquellos en donde la recta normal a la gráfica es vertical. Grafique.

2) Sea $x(t)$ el tamaño de la población al tiempo t , sabemos que la velocidad a la cuál crece una población es proporcional al tamaño de la población en el instante t (t está medido en horas). Se forma un cultivo con cierto número x_0 de bacterias y se observa que a las dos horas la cantidad se cuadruplicó. ¿Cuánto tardará, aproximadamente, en llegar a seis veces la población inicial?

3) Determine si es posible asignar un número real al área de la región plana limitada por las gráficas de $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ y su asíntota.

4) Dada $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Obtenga su intervalo de convergencia absoluta y pruebe que $f(x) = f'(x)$; luego halle f .

5) Dadas las funciones $f: A \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{x^3 + x + a}{x^2 + bx + c}$ y $g: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$

Halle a , b y c sabiendo que f y g tienen las mismas asíntotas. Obtenga las ecuaciones de dichas asíntotas.