

Apellido y nombre:

Corrigió:

Revisó:

T1	T2	P1	P2	P3	P4	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta. No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

- T1. a) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. **Defina** derivada direccional de f en \mathbf{x}_0 . ¿De qué manera alternativa es posible calcular esta derivada si f es diferenciable en \mathbf{x}_0 ?
- b) ¿Qué puede decirse de la diferenciable de una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en \mathbf{x}_0 si $f'(\mathbf{x}_0, \check{v}) = a^3$, para todo $\check{v} = (a, b)$ tal que $a^2 + b^2 = 1$?
- T2. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. **Justifique su respuesta.**
- a) La circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (\cos(x^2) + y^2, \sin(y^2) + 2xy)$ a lo largo de cualquier circunferencia de radio 4 es nula.
- b) El volumen del cuerpo $V: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 12, \\ x^2 + y^2 \leq z, \end{cases}$ se puede calcular con la integral
- $$\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\sqrt{12}} \left[\int_{r^2}^{\sqrt{12-r^2}} r \, dz \right] dr \right] d\theta$$
- P1. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\frac{\partial f}{\partial \check{v}_1}(1, 2) = -\frac{6}{5}$ y $\frac{\partial f}{\partial \check{v}_2}(1, 2) = \frac{1}{5}$, donde $\check{v}_1 = (3/5, 4/5)$ y $\check{v}_2 = (-4/5, -3/5)$. Halle, si existen, las direcciones de derivada direccional nula de f en $\mathbf{x}_0 = (1, 2)$.
- P2. Sea S la porción del **plano tangente** a la superficie $x^3 - 2xy + y^3 + z^3 - 2z = -1$ en $\mathbf{x}_0 = (1, 1, 1)$, que está contenida en el primer octante. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x, 0, 0)$ a través de S . Indique claramente la orientación elegida para el cálculo.
- P3. Halle la función $y = y(x)$ solución de $y'' + 3y' - 10y = 12e^{-x}$ cuya recta tangente en $(0, y_0)$ es $y = 5x + 1$.
- P4. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x + \sin(y^2), z^3 - y, z - 5)$ a través de la superficie $S: z = x^2 + y^2$, $z \leq 9$, orientada con un campo de vectores normales con tercera componente positiva.