ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Examen Final 21/02/2024

APELLIDO DEL ALUMNO:...**NOMBRE:**.......................................

CORRIGIÓ:.. **REVISÓ:**..

1	2	3	4	5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas
Condición de aprobación (6 puntos): $50\,\%$ del examen correctamente resuelto.

---

1. Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifiquen sus respuestas.

(a) "Si f es una función de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$, entonces $\lim\limits_{x\to a} (f(x)\cdot g(x)) = 0$, para toda función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$."

(b) "Si $a_n > 0$ para todo n y $\lim\limits_{n\to+\infty} na_n = l$ (con $l \neq 0$, $l \neq \infty$), entonces $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ es divergente."

2. Una partícula se desplaza a lo largo de una recta según la ecuación de movimiento

$$s = \frac{1}{2}t^2 + \frac{4t}{t+1}$$

donde s es la distancia en metros de la partícula al origen a los t segundos de iniciado el movimiento. Determinar en qué momento la velocidad es mínima y a qué distancia del origen se encuentra en dicho momento.

3. Sea $f(x) = \displaystyle\int_{-3}^{x} \frac{\mathrm{d}t}{t^2+6t+12}$ definida en todo $\mathbb{R}$. Se pide:

(a) La ecuación de la recta tangente a f en $x = 0$.

(b) Las ecuaciones de sus asíntotas.

4. Determinar el intervalo de convergencia de $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ y probar que la función $f(x) = x + \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ satisface la ecuación diferencial $f(x) - f''(x) = x$.

5. Calcular el área del mayor rectángulo que puede inscribirse en un semicírculo de radio 4. (Uno de los lados del rectángulo está sobre el diámetro)