UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 27/02/2024

Apellido del alumno: ..... **Nombre:** .....

Corrigió: ..... **Revisó:** .....

1		2		3		4		5		CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben estar justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1) Dada la recta $L_1: \begin{cases} x+y-3=0 \\ z=3 \end{cases}$. Obtenga:

a) La recta L_2 , que contiene al origen y es coplanar y perpendicular a la recta L_1.

b) El plano que contiene a la recta L_1 y al origen de coordenadas.

---

2) Con los siguientes datos

$$A = (A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4) \in \mathbb{R}^{4\times 4} \wedge |A| = 2 \ \wedge B = (A_1 \quad A_1 + A_2 \quad -2A_4 \quad A_3)$$

Analice si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique sus respuestas:

a) La ecuación: $BX = N$ posee única solución ($N \in \mathbb{R}^{4\times 1}$ matriz nula)

b) $|2A\,(B^{-1})^2\,A^t| = \dfrac{1}{2}$

---

3) Dada la transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \ / \ T(X) = M\,X$ satisface las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} T(1,0,0) = (0,0,2) \\ T(1,2,0) = 2\,(1,2,0) \\ T(1,2,4) = 2\,T(1,2,4) \end{cases}$$

a) Obtenga la matriz asociada a la transformación T, $M(T)_{BB}$ siendo $B = \{(1,0,0), (1,2,0), (1,2,4)\}$

b) ¿Existe alguna base B_1 para la cual la matriz $M(T)_{B_1B_1}$ resulte diagonal?, justifique

---

4)

a) Grafique el lugar geométrico de los puntos del plano complejo que satisfacen el siguiente sistema: $\begin{cases} 1 \le |z-(4+2i)| < 2 \\ 0 \le \mathrm{y} < x \end{cases}$ con $z = x + y\,i$

b) Sean los subespacios: $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \ / \ x_1 - x_4 = 0 \wedge x_2 + x_3 = 0\}$ y $T = gen\{(1,1,-1,1)\}$. Obtenga una base y la dimensión del subespacio $(S \cap T)^{\perp}$

---

5) Sea la superficie definida por $\sigma: x^2 + A\,y^2 + (A+1)\,z^2 = B\,x$ en $\mathbb{R}^3$

Encuentre los valores de las constantes A y B tales que:

a) La intersección de la superficie con el plano xy resulte la curva $\mathcal{C}$
$\mathcal{C} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \ (x,y,z) = (-2 + 2\cos t\,, sen\ t, 0) \wedge t \in [0, 2\pi)\}$, identifique la superficie

b) La superficie corresponda a un cilindro circular de radio 4.

Respuestas

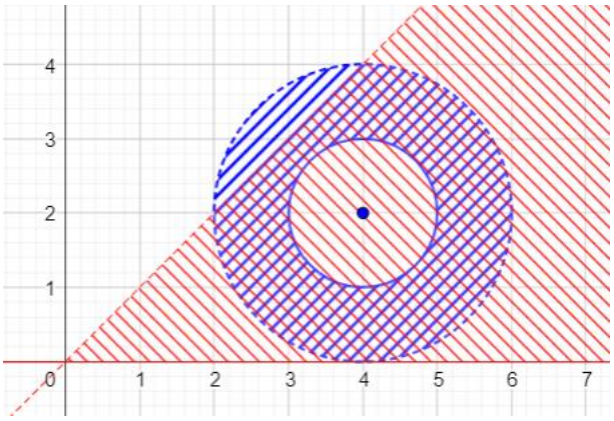
1) **a**) $L_2{:}(x,y,z) = (1,1,2)t$; **1) b)** $x + y - z = 0$

2) **a**) V , $|B| = 4 \neq 0$; **2**) **b**) F, $|2A\,(B^{-1})^2\,A^t| = 4$

$$\textbf{3) a)}\ M(T)_{BB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3) **b**) No existe base. $\lambda = 0$ es autovalor doble y dim $(S_{\lambda=0}) = 1$

4) **a**)



4) **b**) $S \cap T = T$

$B_{(S\cap T)^\perp} = \{(1,0,0,-1),(1,-1,0,0),(0,1,1,0)\}$; $\dim(S \cap T)^\perp = 3$

5) **a**) $A = 4 \ \wedge\ B = -4$ elipsoide

5) **b**) $A = 0 \ \wedge\ |B| = 8$