UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Examen Final 05-03-2024

APELLIDO DEL ALUMNO:..... NOMBRE:.....

CORRIGIO:..... REVISO:.....

1		2		3	4		5	Calificación

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas.
Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos.

---

1) *Sea π el plano que pasa por los puntos $P(0,2,0)$ y $Q(0,0,4)$ y es paralelo al eje x*
   a) *Hallar la distancia del origen al plano.*
   b) *Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular a π*

2) *Dada la ecuación: $x^2 + P\,y^2 + M\,(z-2)^2 = N$*
   a) *Hallar todos los valores de M, P y N reales para que la ecuación represente una superficie cilíndrica cuya traza con el plano $z = 2$ sea una circunferencia de radio 4.*
   b) *Para $M = -1$, $P = 1$ y $N = 0$. Identifique y grafique la superficie.*

3) *Sean $B_1 = \{(1,0,0),(0,-1,2),(0,0,1)\}$ y $B_2 = \{(2,1),(1,0)\}$ bases de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^2$ respectivamente. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal tal que $M(T)_{B_1\,B_2} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$*
   a) *Hallar la expresión analítica de T*
   b) *Analizar si $(3,2) \in R(T)$*

4) *Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.*
   a) *Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Si el conjunto $\{(1,0,1),(0,0,1)\}$ es una base del espacio solución del sistema $A\,X = 0$ y $\lambda = 1$ es autovalor de A, entonces A es diagonalizable en $\mathbb{R}$*
   b) *Sean V y W dos espacios vectoriales tales que $dim(V) = dim(W)$ y sea $T : V \to W$ una transformación lineal entonces T es monomorfismo $\iff$ T es epimorfismo.*

5) *Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : T(X) = A\,X$ con $A = \begin{pmatrix} h & h+6 & 0 \\ 0 & 0 & h-2 \\ 1 & h+2 & 0 \end{pmatrix}$*
   a) *Hallar todos los $h \in \mathbb{R}$, si existen, de modo que T sea monomorfismo (Inyectiva).*
   b) *Para $h = 2$, obtener si existen, las matrices D y P con D diagonal y P regular tal que $A = P\,D\,P^{-1}$.*

Observación: *Con las notaciones $R(T)$ y $N(T)$ se hace referencia a la imagen y al núcleo de la Transformación Lineal respectivamente.*