

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

a. La función definida por $g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$ es discontinua en $(0,0)$ y admite derivada en toda dirección en dicho punto.

b. $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s} = e^2 - 1$ siendo $\vec{f}(x, y) = (2x \cos y, -x^2 \sen y)$ y C es la curva parametrizada por $\vec{r}: [1,2] \rightarrow R^2$ tal que $\vec{r}(t) = \left(e^{t-1}, \sen\left(\frac{\pi}{t}\right) \right)$.

T2) a. Defina punto regular de una superficie parametrizada $\vec{X}: D \subseteq R^2 \rightarrow R^3 / \vec{X} = \vec{F}(u, v)$ y proporcione las ecuaciones vectoriales del plano tangente y recta normal a la superficie en dicho punto.

b. ¿Es verdad que las líneas de campo de $\vec{G}(x, y) = (x^2 y, -2x y^2)$ son curvas cerradas? Justifique la respuesta.

P1) Calcule el flujo del campo $\vec{G}: R^3 \rightarrow R^3 / \vec{G}(x, y, z) = (xy, x, xz)$ a través de la superficie abierta $x^2 + y^2 = 2x$ con $z \leq 4 - x^2 - y^2$ en el primer octante. Indique gráficamente la orientación escogida de la superficie.

P2) Sea el campo escalar $h: D \subset R^2 \rightarrow R$ tal que $h(x, y) = (x^4 + y^2)\sqrt{xy}$. Analice si la función h alcanza en el punto $(0,0)$ un extremo global en D . ¿Es también extremo local? Fundamente claramente las respuestas.

P3) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{F}(x, y) = (g(x) + 2y, 3x - 2y^2 + 5y)$ a lo largo de la curva frontera de la región plana $D: \begin{cases} y \geq |x| \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$ orientada en sentido horario, siendo $g(x)$ la solución del problema de valor inicial $\begin{cases} y'' + 6y' + 13y = 0 \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

P4) Calcule el volumen de sólido definido por $z \geq x^2 + y^2$, $z \leq 2y + 3$.