

APELLIDO DEL ALUMNO: **NOMBRE:**

CORRIGIÓ: **REVISÓ:**

T1	T2	P1	P2	P3	P4	CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No resolver el examen en lápiz. Duración del examen: 2 horas

Condición de aprobación (6 puntos): tres ejercicios correctamente resueltos (uno de T1 o T2 y dos de P1, P2, P3 o P4).

T1) Indique si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera proporcione una demostración, caso contrario exhiba un contraejemplo.

a. La circulación del campo $\vec{f}:R^2 \rightarrow R^2$ tal que $\vec{f}(x, y) = (y^2 - g(y - x), y^2 + g(y - x))$ con $g \in C^1(R)$ a lo largo de la curva frontera de la región plana D definida por $D: \begin{cases} x \geq y^2 \\ x \leq 2 - y^2 \end{cases}$, recorrida en sentido negativo, es igual a $3\sqrt{2}$.

b. Se sabe que la ecuación $2z^2 + xyz - xy^2 - x^3 = 0$ en un entorno del punto $(x_0, y_0, z_0) = (-12, 12\sqrt{3}, 24\sqrt{3})$ define de forma implícita a una función $z = f(x, y)$ de clase $C^\infty(R^2)$ en un cierto entorno V de $(x_0, y_0) = (-12, 12\sqrt{3})$. Si la matriz Hessiana de f es $Hf(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$, entonces f alcanza un valor extremo local en (x_0, y_0) .

T2) a. Demuestre que si $\phi: S \subseteq R^3 \rightarrow R$ es un campo escalar de clase $C^1(S)$, entonces

$$\int_C \nabla \phi \cdot d\vec{s} = \phi(Q) - \phi(P) \text{ siendo } C \subset S \text{ una curva regular a trozos que une los puntos } P, Q \in S.$$

b. Analice si la función definida por $g(x, y) = \begin{cases} \frac{x|y|}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$

admite plano tangente en el origen. Fundamente claramente la respuesta.

P1) Calcule el área del trozo de superficie de ecuación $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ con $x^2 + y^2 \leq 4y$.

P2) Determine las líneas del campo definido por $\vec{F}(x, y) = (x - y, x + y)$ y luego obtenga aquella que pasa por el punto $(1, -1)$.

P3) Plantee la integral para el cálculo del flujo del gradiente del campo escalar $\phi(x, y, z) = 2x^2 - 4yz^2$ a través de la superficie frontera del cuerpo W definido por $W: \begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ x + z \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases}$. Indique la orientación escogida para la superficie. NO es necesario que calcule la integral planteada.

P4) Calcule la circulación del campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (yz + g(x), xz + g(y), y^2 + g(z))$ con $\vec{F} \in C^1(R^3)$ a lo largo de la curva C dada como intersección de las superficies $y + x^2 + z^2 = 0$ e $y = -1$. Indique gráficamente la orientación que ha escogido para la curva C .